Kann Versicherung durch Sparen substituiert werden?

Eine ökonomische Analyse

Inauguraldissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Dr. rer. pol.

der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät

der Universität Augsburg

vorgelegt von

Clarissa Schumacher

Augsburg, Mai 2010

Erstgutachter: Prof. Dr. Mathias Kifmann

Zweitgutachter: Prof. Dr. Robert Nuscheler

Vorsitzender der mündlichen Prüfung: Prof. Dr. Peter Michaelis

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Juli 2010

Für Tobias und Désirée.
Für meine Familie und Freunde.

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Jeder Mensch steht während seines Lebens einer Vielzahl von finanziellen Risiken gegenüber. So besteht die Gefahr, arbeitslos zu werden und das monatliche Einkommen zu verlieren. Auch Krankheit oder Pflegebedürftigkeit sind Ereignisse, die einen finanziellen Schock zur Folge haben. Das dadurch entstehende finanzielle Risiko kann gegen die Zahlung einer Versicherungsprämie an eine Versicherung abgegeben werden. Dabei ist es nicht in jedem Fall optimal, einen Versicherungsschutz für den gesamten möglichen Schadensanteil zu kaufen. Es gibt Umstände, die zur Folge haben, nur einen Teil des Risikos über eine Versicherung abzudecken.

Die für eine Versicherung zu zahlende Prämie entspricht den erwarteten Kosten des Schadensfalls und kann darüber hinaus einen Versicherungsaufschlag beinhalten. In diesem Fall ist es nicht mehr optimal, das Risiko in voller Höhe zu versichern. Vielmehr ist es rational, nur einen Teil des Risikos zu versichern [siehe Mossin (1968a)].

Eine weitere Begründung für den Kauf einer Teilversicherung besteht darin, dass Individuen bei vielen Risiken die Wahrscheinlichkeit des Schadens oder die Schadenshöhe selbst durch das Aufbringen eigenen Aufwandes beeinflussen können. Präventionsbemühungen reduzieren beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, krank zu werden. Eine bestehende Versicherung kann jedoch dazu führen, solche kostspieligen Bemühungen zur Schadensbegrenzung teilweise oder gar ganz zu unterlassen. Vollversicherung muss dann keine effiziente Lösung mehr darstellen. Nach Arrow (1962) sollte die Versicherung dem Individuum eine Teilversicherung anbieten, um die negativen Anreizeffekte einer Vollversicherung zu reduzieren.

Die zitierten Arbeiten betrachten dabei nicht, dass Individuen neben dem Kauf einer Versicherung auch die Möglichkeit haben, Ersparnisse zu bilden. Immerhin reduzieren Ersparnisse im Schadensfall die Höhe der Einkommensreduktion. Der Einkommensverlust trifft das Individuum dann nicht mehr so hart. Beeinflusst diese Form der Selbstversicherung die Nachfrage nach Versicherungen? Kann Versicherung durch Sparen ersetzt werden?

Wenn Vermögen in den Zustand des Schadenseintritts transferiert wird, reduziert sich zwar der zu ertragende Einkommensschock durch den Sparbetrag. Tritt der Schaden hingegen nicht ein, steht dem Individuum der Sparbetrag zusätzlich zur Verfügung. Ob diese Art der Selbstversicherung für ein risikoaverses Individuum optimal und insbesondere effizienter ist als der Kauf einer (teuren) Versicherung, ist fraglich. Selbst für den Fall, dass das Individuum eine Teilversicherung abschließt, ist bislang überraschenderweise unvollständig diskutiert, wie dies mit der Bildung von Ersparnissen interagiert. Das betonen bereits Dionne und Eeckhoudt (1984, Seite 101):

> „Surprisingly enough the potential links between saving and insurance – which both imply a sacrifice of present resources in order to protect or develop the agents future possibilities of consumption – have received little attention.“

Diese Aussage ist auch heute nicht von der Hand zu weisen. Dionne und Eeckhoudt analysieren zwar die Substituierbarkeit von Versicherung und Ersparnissen, doch sie treffen einschränkende Annahmen an die Präferenzfunktion und die durch einen höheren Preis verursachte Nachfrageänderung des Individuums. Diese Annahmen sollen im Rahmen dieser Arbeit aufgehoben und die Frage nach der Substituierbarkeit in einem allgemeineren Kontext diskutiert werden.

Darüber hinaus ist ungeklärt, ob ein prudentes Individuum wegen des aufgrund der Teilversicherung entstehenden zukünftig unsicheren Einkommens im Sinne von Leland (1968) vorsichtssparen wird. Es ist intuitiv betrachtet vorstellbar, dass das Individuum seine Ersparnisse erhöht, um für den Eintritt des Risikos vorzusorgen. Gleichzeitig erscheint es gedanklich auch möglich, dass (Vorsichts-)Sparen den Kauf einer teuren Versicherung redundant macht. Ziel dieser Arbeit ist es, Bedingungen darzustellen, unter welchen eine Substitution von Versicherung durch Sparen aus individueller Sicht optimal ist. Insbesondere wird die Möglichkeit einbezogen, dass unvollständige Kapitalmärkte vorliegen und

Individuen infolgedessen keine Kredite aufnehmen können. Den betrachteten Modellen ist gemein, dass es nicht optimal ist, das gesamte Risiko an eine Versicherung abzugeben: So steht die Versicherungsnachfrage bei einer aktuarisch unfairen Prämie im Fokus und es wird der Fall untersucht, in dem die Versicherung Verhaltensanreize auf Versicherte ausübt.

Ist der Preis der Versicherung aktuarisch unfair, so ist ein risikoaverses Individuum bereit, einen Teil des Risikos selbst zu tragen. Dieses Konzept wird zunächst in einem Modell in zwei Perioden betrachtet, bevor Entscheidungen über das Leben hinweg beleuchtet werden, um schließlich Versicherungs- und Sparentscheidungen genauer analysieren zu können. Es wird hierbei darauf verzichtet, wie Dionne und Eeckhoudt (1984) Annahmen an die durch einen höheren Preis verursachte Nachfrageänderung des Individuums zu stellen und stattdessen allgemeiner die durch ein höheren Loadingfaktor oder eine höhere Schadenseintrittswahrscheinlichkeit verursachte Nachfrageänderung nach Versicherung und Ersparnissen fokussiert. Weiterhin wird in der Analyse deutlich werden, dass Substituierbarkeit von Versicherung durch Ersparnisse auch vom Zeitpunkt der Prämienzahlung abhängt – insbesondere dann, wenn das Individuum liquiditätsbeschränkt ist. Das ist deshalb ausschlaggebend, weil eine Prämienzahlung zum Zeitpunkt der drohenden Liquiditätsbeschränkung Versicherung zunehmend unattraktiv macht. Wird die Prämie hingegen erst nach einer Liquiditätsbeschränkung bezahlt, dann liegt zunächst kein Grund für eine reduzierte Versicherungsnachfrage auf der Hand. Dies wird im ersten Teil von Kapitel 2 eruiert. Die Analyse ist dahingehend einschränkend, dass das Risiko nur einmal eintreten kann und der betrachtete Zeithorizont sehr kurz ist.

Diese Einschränkungen werden im zweiten Abschnitt aufgehoben, wo innerhalb eines dynamischen Lebenszyklusmodells untersucht wird, welche Auswirkungen ein immer wiederkehrendes Risiko auf den Kauf von Versicherung sowie das Bilden von Ersparnissen hat. In jungen Jahren besteht die Möglichkeit, einen Schadenseintritt über das gesamte verbleibende Leben hinweg zu diversifizieren. Im Alter hingegen ist das nicht mehr im selben Maße möglich. Allerdings kann ein Älterer per definitionem höhere Ersparnisse gebildet haben als ein Jüngerer. Wer wird mehr von der unfairen Versicherung nachfragen? Welche Rolle spielt die Annahme einer durch imperfekte Kapitalmärkte verursachten Liquiditätsbeschränkung?

Die Arbeit von Gollier (2003) ist hierbei richtungweisend; er zeigt unter der Annahme, dass Individuen keinen Kredit aufnehmen können und deren Nutzenfunktion eine mit dem Vermögen sinkende absolute Risikoaversion aufweist, dass Versicherung und Sparen – insbesondere für einen unendlich langen Zeitraum – nicht-perfekte Substitute darstellen. Ob dies auch noch gilt, wenn perfekte Kapitalmärkte vorliegen oder andere Präferenzfunktionen untersucht werden, wird in Abschnitt 2.2 gezeigt. Es wird Wert darauf gelegt, die Entscheidungen über das Leben hinweg zu bewerten, um auch spezielle Charakteristika der Arbeitslosenversicherung verstehen zu können. So soll die Nachfrage nach Versicherung und Sparen unter dem besonderen Merkmal analysiert werden, dass das Risiko der Arbeitslosigkeit nur über den Lebensabschnitt der Erwerbstätigkeit besteht. Außerdem werden die Folgen für die Krankenversicherung aufgezeigt, wenn mit zunehmendem Alter das Risiko einer Erkrankung steigt. Intuitiv betrachtet wäre der Abschluss von mehr Versicherung sinnvoll, weil das Risiko zunimmt. Allerdings könnten höhere Ersparnisse im hohen Alter auch dazu führen, dass weniger Versicherung notwendig ist. Die Ergebnisse liegen also nicht auf der Hand. In Kapitel 3 wird das einfache Versicherungsmodell in zwei Perioden um die Annahme erweitert, dass Individuen den Schaden beeinflussen können bzw. dass der Abschluss einer Versicherung Einfluss auf das Verhalten eines Individuums hat. Nach Arrow (1962) hat dies zur Folge, dass die Versicherung – sollte sie das Verhalten des Individuums nicht beobachten können – dem Individuum nur noch eine Teilversicherung anbieten wird. In der Modellierung wird zwischen einer ex-post Moral Hazard Problematik, bei der das Individuum bei Schadenseintritt die Höhe des tatsächlichen Schadens durch das Aufbringen von persönlichem Aufwand beeinträchtigen kann, und einem ex-ante Moral Hazard Modell unterschieden. Hier kann das Individuum durch persönlichen Aufwand die Schadenseintrittswahrscheinlichkeit reduzieren. Eine Besonderheit dieser Modelle besteht in der Modellierung der Kosten: Einmal ist die Möglichkeit gegeben, dass Konsum und Aufwandskosten additiv in die Nutzenfunktion eingehen. Eine andere Variante besteht in der multiplikativen Zusammensetzung dieser Variablen. Es wird sich zeigen, dass je nach Modellierung unterschiedliche Ergebnisse in Bezug auf die Substituierbarkeit von Versicherung durch Ersparnisse zutage treten. Insbesondere wird deutlich werden, dass nicht nur Versicherung, sondern auch die Höhe der Ersparnisse einen negativen Einfluss auf die Aufwandserbringung haben, wenn z.B. ex-post Moral Hazard vorliegt. Im ex-ante Moral Hazard Problem kann auch das Gegenteil der Fall sein, dass Sparen eine positive Externalität auf den Aufwand erzeugt. Die Implikationen dieses Falls stehen im Mittelpunkt des zweiten Teils von Kapitel 3.

Eine solche Analyse ist insbesondere interessant, um den Reformvorschlag von sogenannten Sparkonten in der Arbeitslosen-, aber auch in der Krankenversicherung bewerten zu können. Studien wie die von Brown, Orszag und Snower (2008) zeigen wohlfahrtssteigernde Wirkungen von Sparkonten, wobei sie die Höhe des Versicherungsschutzes nicht endogenisieren und per Annahme bestimmte Individuen sogar ganz vom Versicherungsschutz ausschließen. In der in Kapitel 3 angestellten Analyse wird sich zeigen, dass diese Annahme zu einschränkend ist, um ein Wohlfahrtsoptimum beschreiben zu können. Außerdem wird gezeigt, dass manche Ergebnisse durch die Annahme an die Nutzenfunktion determiniert sein könnten.

Innerhalb dieser Modelle ist es auch möglich, spezielle Fragen der Kranken- und Arbeitslosenversicherung zu besprechen. Im Rahmen des ex-post Moral Hazard Modells wird für die Krankenversicherung der Zusammenhang von Versicherung und Sparen bei sehr hohen Behandlungskosten ergründet. Man kann vermuten, dass hier die Substitution von Versicherung durch Ersparnisse uninteressanter wird. Für die Arbeitslosenversicherung wird analysiert, ob ältere Arbeitslose höhere Leistungen der Arbeitslosenversicherung erhalten sollten, wenn sie schwieriger einen neuen Arbeitsplatz finden als Jüngere. Das erscheint auf den ersten Blick richtig, allerdings bleibt zu bedenken, dass höhere Leistungen den Anreiz, einen neuen Arbeitsplatz zu suchen, schmälern.

Im vierten Kapitel dieses Buches wird ein Modell präsentiert, welches die Versicherungs- und Sparentscheidung von quasi-hyperbolischen Individuen darstellt, die sich gegen das Risiko der Pflegebedürftigkeit absichern wollen und sich aufgrund der speziellen Diskontierungsfunktion – anders wie exponentielle Diskontierer – zeitinkonsistent verhalten. Hyperbolische Diskontierer haben auf kurze Sicht wenig Interesse daran, Ersparnisse zu bilden. Vielmehr bewerten sie den aktuellen Konsum sehr hoch und reduzieren infolgedessen ihren Konsum. Natürlich planen diese Individuen auch, wie sie sich über das Leben hinweg verhalten werden. Doch ihre hohe Gegenwartspräferenz für Konsum führt dazu, dass sie in jeder Lebensperiode ihre Konsumentscheidung ändern. Es wird deutlich werden, dass dieses Verhalten nicht nur die Sparentscheidung, sondern auch die Nachfrageentscheidung nach Versicherung beeinflusst, wobei es einen Unterschied macht, ob das Individuum liquiditätsbeschränkt ist oder nicht.

Die Notwendigkeit einer solchen Ausarbeitung heben auch Brown und Finkelstein (2009, Seite 16) hervor:

> „... we are aware of no research examining behavioral aspects in the area of long-term care insurance. Lacking such research, one cannot rule out, *a priori*, the possibility that limited rationality could increase the demand for insurance rather than decrease it.“

Insbesondere wird deutlich werden, dass liquiditätsbeschränkte, quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen weniger Versicherung nachfragen als exponentiell diskontierende Individuen. Das stellt auch eine Begründung für die geringe Nachfrage nach einer privaten Pflegeversicherung dar, wie es z.B. in Deutschland beobachtet werden kann. Die gesetzliche Pflegeversicherung stellt bei weitem keine Vollversicherung dar und das Risiko der Pflege birgt enorm hohe Kosten. Für exponentiell diskontierende Individuen gibt es bereits zahlreiche Arbeiten, die eine Begründung für dieses Verhalten z.B. in der durch die Familie gebotenen Absicherung sehen [siehe Zweifel und Strüwe (1998)]. Quasi-hyperbolische Diskontierung wurde bislang nicht untersucht. Kapitel 4 versucht, dieses Desiderat anhand der Arbeit von Kifmann, Roeder und Schnekenburger (2010) aufzuheben: Es wird das Entscheidungsverhalten von quasi-hyperbolischen Diskontierern beschrieben und analysiert sowie darauf aufbauend eine Pareto-superiore Politikempfehlung vorgeschlagen.

Am Ende werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und weitere Forschungsmöglichkeiten zur Disposition gestellt. Sämtliche Kapitel beginnen mit einer ausführlichen Einbettung in die aktuell bestehende Fachliteratur und enden mit einer Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse.

Kapitel 2

Sparen in Verbindung mit aktuarisch unfairer Versicherung

2.1 Einführung

Die in diesem Kapitel betrachteten Modelle beziehen sich auf die grundlegende Frage der Interaktion zwischen Versicherung und Sparen aus Sicht eines rational entscheidenden Individuums. Wie verhält sich ein risikoaverses Individuum, wenn es ein in der Zukunft liegendes Risiko versichern und gleichzeitig durch private Ersparnisse vorsorgen kann? Kann Sparen ein Substitut für Versicherung darstellen?

Nach Mossins Theorem ist bekannt, dass eine aktuarisch faire Versicherung zum Kauf einer Vollversicherung führt, wenn das Individuum risikoavers ist. Verlangt die Versicherung hingegen einen Versicherungsaufschlag, ein sog. Loading, dann wird das Individuum nur noch eine Teilversicherung nachfragen [siehe Mossin (1968a)]. Das bedeutet, dass das Individuum trotz seiner Risikoaversion bereit ist, einen Teil des Risikos selbst zu tragen, weil der Kauf einer Vollversicherung zu teuer ist. Kann das dadurch entstehende Restrisiko durch private Ersparnisse abgefedert werden, oder, und das wäre der viel weiter reichende Teil, wird die teure Versicherung angesichts der Möglichkeit zu sparen sogar reduziert?

Diese Fragen werden in den zwei folgenden Abschnitten diskutiert. Zunächst wird die Interaktion von Versicherung und Sparen in Modellen mit zwei Perioden betrachtet; zuerst wird die Prämienzahlung in Periode 1 stattfinden, um dann mit dem Fall verglichen zu werden, bei dem die Prämienzahlung zu Beginn von Periode 2 vorgenommen wird, während der Schaden immer erst zum Ende von Periode 2 eintreten kann. Es wird sich zeigen, dass die Variation der Prämienzahlung interessant ist, weil sich dadurch unterschiedliche Aussagen bezüglich der Substituierbarkeit von Versicherung durch individuelles Sparen treffen lassen. Im Anschluss daran wird in Abschnitt 2.2 mittels eines dynamischen Lebenszyklusmodells die Nachfrage die Nachfrage nach einer unfairen Versicherung über das Leben hinweg analysiert. Hier spielt vor allem die Möglichkeit der Diversifizierung des Risikos über den verbleibenden Lebenshorizont eine Rolle.

2.2 Entscheidungen im kurzen Zeithorizont

2.2.1 Einleitung

Können Ersparnisse überhaupt eine Selbstversicherung darstellen? Diese Form der Versicherung, die das Individuum für sich selbst erbringen kann, wird zum ersten Mal von Ehrlich und Becker (1972) betrachtet. Selbstversicherung bezieht sich dabei auf einen Aufwand, den das Individuum ex-ante erbringen kann, um eine Reduktion der Verlusthöhe zu erreichen. Ein klassisches Beispiel ist die Investition in Sprinkleranlagen zur Reduzierung des Schadens im Brandfall. Die Autoren zeigen, dass solche Investitionen zunehmen und die Nachfrage nach der klassischen Markt-Versicherung abnimmt, wenn das Loading steigt. Sparen ist allerdings keine Investition, sondern ein Transfer von Einkommen in die nächste Periode. Tritt der Schaden tatsächlich ein, wird das Ausmaß der Einkommensreduktion durch den Sparbetrag reduziert, was wiederum den Nutzen erhöht. Tritt der Schaden jedoch nicht ein, erhöht sich das Vermögen um den Sparbetrag. Die Definition einer Selbstversicherung von Winter (2000) scheint zielführender zu sein: Er bezieht den Begriff der Selbstversicherung auf eine stochastische Reduktion erster Ordnung des Verlustrisikos, ohne dass sich die Schadenswahrscheinlichkeit ändert. Ist $F(L)$ die bedingte Verteilung des Schadens der Höhe $L > 0$, dann führt die Einführung eines Sparbetrags zu einer dominanteren Verteilung im Sinne der Stochastischen Dominanz erster Ordnung, wie Abbildung 2.1 deutlich macht.

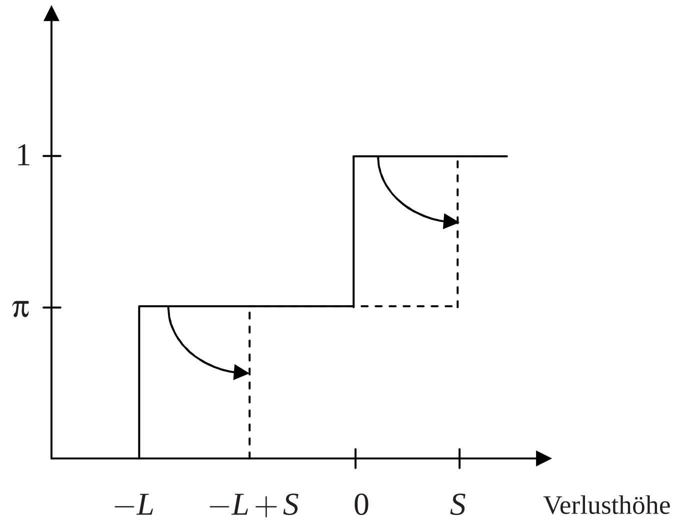


Abbildung 2.1: *First-Order Reduktion der Verlusthöhe.*

Die Pfeile kennzeichnen, wie sich positives Sparen S in einem diskreten 2-Zustandsmodell mit einem Verlust L, der mit Wahrscheinlichkeit π in Periode 2 eintritt, auf die Verteilung auswirkt. Sparen kann deshalb als eine Selbstversicherungsvariante angesehen werden.

Im Folgenden soll die Interaktion der Versicherungs- und Sparentscheidung in Bezug auf die Absicherung zukünftigen Risikos diskutiert werden. Wer spart, transferiert Einkommen. Der Kauf von Versicherung hingegen kann als bedingtes Sparen betrachtet werden; die Auszahlung findet nur dann statt, wenn der Schaden tatsächlich eingetreten ist. Im Gegenzug zahlt das Individuum der Versicherung eine von der Höhe der Versicherungsdeckung abhängige Prämie.

Neben der trivialen Lösung (Vollversicherung, kein Vorsichtssparen) bei fairer Versicherung ist die Analyse einer unfairen Versicherung von Bedeutung. Weil Versicherung mit Loading teuer ist, möchte das Individuum nur noch einen Teil des Risikos absichern. Dadurch entsteht Raum für Vorsichtssparen nach Leland (1968): Das Individuum spart mehr, weil zukünftiges Einkommen unsicher ist. Das ermöglicht eine Diskussion darüber, wann Selbstversicherung über Ersparnisse und Versicherung Substitute oder Komplemente sind – unter Berücksichtigung verschiedener Prämienzahlungszeitpunkte.

Diese Fragestellung streift zwei Literaturzweige: Sparen als optimale Entscheidung sowie die Nachfrage nach Versicherung bei Risiko spielen eine Rolle. Letzteres wurde bekanntermaßen von Mossin (1968a) und Smith (1968) geprägt, die zeigen, dass eine unfaire Versicherungsprämie dazu führt, dass das Individuum einen Teil des Risikos selbst trägt.

Modelle zum optimalen Sparen beantworten Fragen des Konsumverlaufes über das Leben hinweg. Für $u' > 0$ und $u'' < 0$ wird der Konsum optimalerweise vollständig geglättet, wenn Zins und Diskontrate des Individuums übereinstimmen. Das Sparmotiv resultiert aus dem Wunsch nach vollständiger Konsumglättung. Erweitert man dieses Modell um Einkommensunsicherheiten, erhält man nur dann das gleiche Ergebnis, wenn eine quadratische Nutzenfunktion unterstellt wird. Liegen jedoch keine quadratischen Präferenzen vor, dann entsteht neben dem Sparen zum Zwecke der Konsumglättung ein weiteres Sparmotiv: Das Vorsichtssparen. Nach Leland (1968) ist Vorsichtssparen der zusätzliche Betrag, der gespart wird, weil Einkommen in Zukunft unsicher ist [siehe dazu auch Sandmo (1968) und Kimball (1990)]. Leland zeigt in einem 2-Perioden Modell, dass bei sinkender absoluter Risikoaversion, d.h.

$$-\frac{u''}{u'} < -\frac{u'''}{u''},$$

ein Motiv zum Vorsichtssparen besteht. Die Höhe dieses Betrages setzt sich aus der Höhe der Ersparnis bei Unsicherheit abzüglich der optimalen Sparhöhe im sicheren Zustand zusammen, wobei im letzteren Fall das Einkommen in Periode 2 dem Erwartungswert des Einkommens bei Unsicherheit entspricht. Folgendes Beispiel verdeutlicht diesen Zusammenhang:

Sei Y_t das Einkommen in Periode $t = 1,2$. Mit der Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ tritt ein Schaden L in Periode 2 ein. Das Individuum mit der Nutzenfunktion u, wobei $u' > 0$ und $u'' < 0$, kann den Betrag S sparen. Aus der Maximierung des Erwartungsnutzens,

$$\max_S \quad EU = u(Y_1 - S) + \pi u(Y_2 - L + S) + (1-\pi)u(Y_2 + S),$$

resultiert die den optimalen Sparbetrag S^* bestimmende Bedingung erster Ordnung,

$$-u'(Y_1 - S) + \pi u'(Y_2 - L + S) + (1-\pi)u'(Y_2 + S) = 0. \tag{2.1}$$

Daneben wird nun der optimale Sparbetrag bei sicherem erwartetem Einkommen in Periode 2 in Höhe des Erwartungswerts des Einkommens bei Unsicherheit, $Y_2 - \pi L + S$, berechnet. Aus der Maximierung der Zielfunktion

$$\max_S \quad u(Y_1 - S) + u(Y_2 - \pi L + S)$$

folgt die optimale Höhe der Ersparnis bei sicherem erwarteten Einkommen

$$\hat{S} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 + \pi L).$$

Um zu zeigen, dass im unsicheren Fall Vorsichtssparen getätigt wird, wird das Vorzeichen der Bedingung erster Ordnung (2.1) an der Stelle $S = \hat{S}$ ermittelt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=\hat{S}} = &-u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 - \pi L)\right) \\ &+ \pi u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L) - L\right) + (1-\pi)u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L)\right). \end{aligned} \tag{2.2}$$

Mit $0 < \pi < 1$ ist

$$\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L) - L < \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 - \pi L) < \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L).$$

Außerdem gilt

$$\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 - \pi L) = \pi\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L) - L\right) + (1-\pi)\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L),$$

so dass entsprechend Jensens Ungleichung

$$u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 - \pi L)\right) \leq \pi u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L) - L\right) + (1-\pi)u'\left(\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi L)\right)$$

folgt, falls u' konvex ist. Daraus folgt

$$\frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=\hat{S}} > 0 \quad \text{falls} \quad u''' > 0.$$

Die Ersparnisse eines prudenten Individuums steigen infolge des Risikos. Die Höhe des Vorsichtssparbetrages beträgt dann $S^* - \hat{S} > 0$.

Eine erste Verbindung zwischen der Theorie des Sparens sowie der Nachfrage nach Versicherung eines exogenen Risikos, das Einkommen reduziert, schafft Moffet (1975).[1]

[1] Arbeiten wie Sandmo (1969), Mayers und Smith (1983), Meyer und Ormiston (1995) oder Eeckhoudt, Meyer und Ormiston (1997) werden hier nicht diskutiert, da diese die Beziehung von Portfolio- und Sparentscheidungen behandeln.

In seinem Optimierungsproblem wählt das Individuum zu Beginn einer Periode seinen Konsumverzicht, um den Versicherungsschutz I kaufen zu können. Ferner spart das Individuum den Vorsichtssparbetrag S. Am Ende der Periode tritt ein Risiko ein. Um das Modell zu lösen, maximiert Moffet den Nutzen aus Konsum $g(C)$ sowie dem erwarteten Endvermögen $E[u(Y)]$ des Individuums über den Konsumverzicht Q sowie die Versicherungsdeckung I (ohne Risiko ist $Q = I = 0$). Liegen DARA-Präferenzen vor, führt steigender Konsumverzicht Q zu einer geringeren Versicherungsnachfrage I. Per definitionem steigt der Vorsichtssparbetrag S, woraus Moffet folgert, dass Versicherung und Vorsichtssparen substituierbar sind. Leider bleibt unklar, aus welchem Grund der endogene Konsumverzicht Q steigt.

Interessant ist ein von Moffet neu eingeführtes Konzept. Er definiert den *effektiven Risikoschutz* $(S+I)$ und zeigt, dass dieser bei einer unfairen Versicherung immer geringer als die Versicherungsdeckung einer Vollversicherung ist. Bestätigt werden diese Ergebnisse für den Fall einer Versicherung mit Selbstbehalt bei Moffet (1977).

Dionne und Eeckhoudt (1984) erweitern diese Arbeiten, indem sie die Annahme der additiven Nutzenfunktion aufheben und den nicht-additiven Fall der Präferenz $U(C_1,C_2)$ für Konsum C_t in der Periode $t = 1,2$ betrachten. Versicherung und Sparen sind dann reine Substitute im Hick'schen Sinne (hier spielt nur der Substitutionseffekt eine Rolle), wenn Versicherung kostspielig und die Annahme der abnehmenden temporalen Risikoaversion,[2]

$$\frac{\partial A}{\partial C_1} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial A}{\partial C_2} < 0 \quad \text{für} \quad A(C_1,C_2) = -\frac{u_{22}(C_1,C_2)}{u_2(C_1,C_2)},$$

erfüllt ist – das widerspricht Moffets Ergebnissen nicht.[3]

Außerdem formulieren Dionne und Eeckhoudt ein *Separationstheorem*: Hinreichende Bedingung dafür, dass die Entscheidung zu sparen und eine Versicherung zu kaufen unabhängig voneinander getroffen wird, ist eine aktuarisch faire Prämie (Proposition 6). Das Individuum wird immer Vollversicherung nachfragen, unabhängig von allen anderen Entscheidungsvariablen, insbesondere unabhängig von der intertemporalen Allokation des Konsumpfades, wenn die Versicherung kein Loading erhebt. Dadurch entsteht eine Situa-

[2] $A(C_1,C_2) = -u_{22}(C_1,C_2)/u_2(C_1,C_2)$ ist das Maß der temporalen Risikoaversion. Analog zum Arrow-Pratt-Maß der abnehmenden absoluten Risikoaversion schlägt Sandmo (1969) für den 2-Perioden Fall die abnehmende temporale Risikoaversion vor mit $\partial A(C_1,C_2)/\partial C_1 > 0$ und $\partial A(C_1,C_2)/\partial C_2 < 0$.

[3] Das gilt, wie Briys (1986) und Somerville (2004) zeigen, auch im stetigen Fall.

tion ohne Unsicherheit, so dass das Individuum seine Sparentscheidung so trifft als gäbe es kein Risiko. In diesem Fall ist der Abschluss einer Versicherung effizienter als eine Selbstversicherung mit eigenen Ersparnissen. Das Separationstheorem gilt bei einer unfairen Versicherung nicht mehr, da die Versicherungsentscheidung die Sparentscheidung beeinflusst und umgekehrt.

Während die Substituierbarkeit von Versicherung und Sparen in bisherigen Arbeiten nur für den Fall einer sinkenden absoluten Risikoaversion diskutiert wurde, werde ich dies im Rahmen der vorliegenden Arbeit auch für andere Klassen von Nutzenfunktion besprechen, wobei nicht nur die Substituierbarkeit im Hick'schen Sinne, sondern auch im Marshall'schen Sinne betrachtet werden; dabei wird sowohl auf eine Veränderung des Versicherungsaufschlages als auch auf eine Veränderung der Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts eingegangen.

Eine Diskussion darüber, ob und wann Sparen Versicherung vom Markt verdrängen kann, vervollständigt das Bild und ermöglicht gleichzeitig eine Einschätzung darüber, wie liquiditätsbeschränkte Individuen sich verhalten.

Bevor nun ein Versicherungsmodell, bei welchem Prämienzahlung und Schadenseintritt in einer Periode stattfinden, analysiert wird, betrachte ich die Wirkung von Ersparnissen auf die Versicherungsnachfrage bei einer vorzeitigen Prämienzahlung.

2.2.2 Vorzeitige Prämienzahlung

Ein risikoaverses Individuum bezieht in Periode $t = 1{,}2$ das exogene Einkommen Y_t. Außerdem sieht es sich in Periode 2 einem Risiko der Höhe L gegenüber. Der Schaden tritt mit der Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ ein (*Zustand L*). Mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1-\pi$ tritt kein Schaden ein (*Zustand N*). Während das repräsentative Individuum den Betrag S zum Zins $r = 0$ sparen kann, besteht in Periode 1 die Möglichkeit, eine Versicherung abzuschließen. Die Prämie der Versicherung mit dem Loadingfaktor $\lambda \geq 0$ sei

$$P = (1+\lambda)\pi I.$$

Sie setzt sich zusammen aus der Höhe des Versicherungsaufschlages $\lambda\pi I$ sowie der erwarteten Schadenszahlung der Versicherung πI. Tritt der Schaden tatsächlich ein, erhält das Individuum die vereinbarte Versicherungssumme in Höhe von I. Daraus ergeben sich

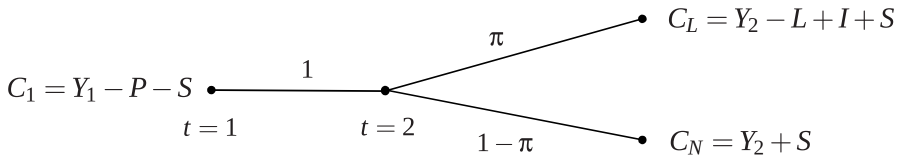


Abbildung 2.2: *Wahrscheinlichkeitsbaum bei vorzeitiger Prämienzahlung.*

folgende zustandsabhängige Einkommen:

$$\begin{aligned} C_1 &= Y_1 - P - S = Y_1 - (1+\lambda)\pi I - S, \\ C_L &= Y_2 - L + I + S, \\ C_N &= Y_2 + S. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Abbildung 2.2 verdeutlicht die Zusammenhänge in einem Wahrscheinlichkeitsbaum.

Das Individuum maximiert seinen Lebensnutzen, welcher sich aus dem Nutzen aus Konsum in Periode 1 sowie dem erwarteten Nutzen aus Konsum in Periode 2 ergibt:

$$\max_{I,S} \quad EU = u(C_1) + \pi u(C_L) + (1-\pi)u(C_N),$$

wo u steigend, strikt konkav und dreimal stetig differenzierbar ist. Unter der Annahme, dass eine innere Lösung für I^* existiert und keine Kreditbeschränkungen vorliegen, ergibt sich die optimale Wahl der Ersparnisse $S \geq 0$ und Versicherungsleistung $0 \leq I \leq L$ aus den Bedingungen erster Ordnung des Optimierungsproblems:

$$\frac{\partial EU}{\partial I} = -(1+\lambda)\pi u'(C_1) + \pi u'(C_L) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1+\lambda = \frac{u'(C_L)}{u'(C_1)}, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial EU}{\partial S} = -u'(C_1) + \pi u'(C_L) + (1-\pi)u'(C_N) \stackrel{!}{=} 0. \tag{2.5}$$

Die Lösung (I^*, S^*) stellt ein globales Maximum dar, da die Bedingung zweiter Ordnung für alle (I,S) erfüllt ist:[4]

$$\begin{aligned}
EU_{II} =& (1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_1) + \pi u''(C_L) < 0 \quad \text{und} \\
|\mathcal{H}_{EU}| =& EU_{II}EU_{SS} - EU_{SI}^2 \\
=& (1+\lambda)^2\pi^2(1-\pi)u''(C_N)u''(C_1) \\
& + \pi u''(C_L)(1-\pi)u''(C_N) + u''(C_L)u''(C_1)\pi \quad (1-(1+\lambda)\pi \quad)^2 > 0.
\end{aligned}$$

Die optimale Höhe der Ersparnisse legt das Individuum so fest, dass der Grenznutzen aus Konsum in Periode 1 dem erwarteten Grenznutzen in Periode 2 entspricht. Wenn $\lambda = 0$ ist, wird die Versicherungshöhe so gewählt, dass der Grenznutzen in Periode 1 dem Grenznutzen aus Konsum im Zustand L in Periode 2 gleicht. Gleichung (2.4) beschreibt den Effekt des Kaufs einer marginal höheren Versicherungsdeckung. Der erste Term charakterisiert den durch die höhere Prämie entstehenden Nutzenverlust, während der zweite Term den Nutzenzuwachs beschreibt, den die höhere Versicherung erzielt, wenn der Schaden eintritt. Insbesondere gilt, wie bereits Mossin (1968a) und Smith (1968) zeigen, für

$$\begin{aligned}
\lambda = 0 \qquad &\Rightarrow \quad C_1 = C_L, \\
\lambda > 0 \qquad &\Rightarrow \quad C_1 > C_L.
\end{aligned}$$

Um weitere Erkenntnisse bezüglich der Interaktion zwischen Versicherung und Sparen zu erlangen, soll im Folgenden die komparative Statik über die Schadenseintrittswahrscheinlichkeit π sowie über den Versicherungsaufschlag λ analysiert werden.

Komparative Statik über die Schadenseintrittswahrscheinlichkeit

Um die Wirkung einer Erhöhung von π zu verdeutlichen, werden für verschiedene Werte von λ Szenarien betrachtet, welche sich folgendemaßen voneinander unterscheiden:

- Es gibt keinen Versicherungsaufschlag,
- der Versicherungsaufschlag ist positiv und
- der Versicherungsaufschlag ist so hoch, dass keine Versicherung gekauft wird.

---

[4] $EU_x \equiv \frac{\partial EU}{\partial x}$ und $EU_{xy} \equiv \frac{\partial^2 EU}{\partial x \partial y}$.

Es gibt keinen Versicherungsaufschlag

Für $\lambda = 0$ folgt aus den Bedingungen erster Ordnung $C_1 = C_L = C_N$, so dass

$$S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 - \pi L) \tag{2.6}$$

den optimalen Sparbetrag und

$$I^*_{\lambda=0} = L$$

die optimale Versicherungsnachfrage beschreibt. $S^*_{\lambda=0}$ ist nicht zwingend gleich Null, da das Individuum den Konsum mit Hilfe von Ersparnissen vollständig glätten wird. Durch den Kauf einer Vollversicherung in Periode 1 ist das Vermögen des Individuums in Periode 2 sicher, so dass gespart werden kann, als existiere keine Unsicherheit.

Dieses Ergebnis entspricht dem vorher beschriebenen Separationstheorem von Dionne und Eeckhoudt (1984) für eine additive Nutzenfunktion: Das Individuum wählt zuerst den Umfang seiner Versicherungsnachfrage und anschließend die Höhe der Ersparnis.

Nimmt das Risiko eines Schadenseintritts zu, dann ist

$$\frac{\partial S}{\partial \pi} = -\frac{L}{2} < 0,$$

d.h. das Individuum wird weniger sparen. Das spiegelt die Tatsache wider, dass die in Periode 1 zu zahlende Prämie mit der Schadenswahrscheinlichkeit steigt und so die Möglichkeit, Ersparnisse zu bilden, reduziert wird.

Der Versicherungsaufschlag ist positiv

Für $\lambda > 0$ verbleibt ein Restrisiko in Periode 2, da nur noch Teilversicherung optimal ist. Es gilt $C_N > C_1 > C_L$, d.h. auch die Sparentscheidung wird durch das verbleibende Restrisiko beeinflusst.

Wird das Individuum mehr Sparen als beim Kauf von Vollversicherung? Um das zu analysieren, wird versucht, das Vorzeichen der Bedingung erster Ordnung für Ersparnisse (2.5) an der Stelle $S = S^*_{\lambda=0}$ zu bestimmen. Entsprechend (2.6) ist

$$S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 - \pi L)$$

bestimmt. Die optimale Höhe des Versicherungsschutzes $I = I^*(S^*_{\lambda=0})$ ergibt sich aus der Bedingung erster Ordnung (2.4). Damit folgt:

$$\begin{aligned}
C_1(S^*_{\lambda=0}) &= Y_1 - (1+\lambda)\pi I - S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I\big),\\
C_N(S^*_{\lambda=0}) &= Y_2 + S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L\big),\\
C_L(S^*_{\lambda=0}) &= Y_2 - L + I + S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L - 2(L-I)\big).
\end{aligned}$$

Das Vorzeichen der Bedingung erster Ordnung für Ersparnisse (2.5) an der Stelle $S = S^*_{\lambda=0}$ ist unbestimmt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=S^*_{\lambda=0}} = &-u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I\big)\right)\\
&+\pi u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L - 2(L-I)\big)\right)\\
&+(1-\pi)u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L\big)\right) \lesseqgtr 0. \qquad (2.7)
\end{aligned}$$

Selbst unter der zusätzlichen Annahme $u''' > 0$ kann der Ausdruck positiv sein. Dann ist unklar, ob ein Individuum beim Kauf einer Teilversicherung mehr oder weniger spart als beim Kauf einer Vollversicherung.

Nach Leland (1968) würde ein prudentes Individuum Vorsichtssparen [siehe dazu auch Seite 11]. Bezogen auf das hier betrachtete Problem hätte vermutet werden können, dass ein prudentes Individuum mehr spart als beim Kauf einer Vollversicherung, weil es sich durch die Teilversicherung einem Restrisiko gegenübersieht. Doch das konnte eben nicht gezeigt werden. Umgekehrt betrachtet bedeutet das, dass die Möglichkeit des Kaufs einer unfairen Versicherung dazu führen kann, dass das Motiv des Vorsichtssparens nicht länger existiert. Woran liegt das?

Aus der Jensenschen Ungleichung folgt für eine konvexe Funktion u', dass

$$\pi u'\big(C_L(S^*_{\lambda=0})\big) + (1-\pi)u'\big(C_N(S^*_{\lambda=0})\big) \geq u'\big(\pi C_L(S^*_{\lambda=0}) + (1-\pi)C_N(S^*_{\lambda=0})\big).$$

Dann ist für eine konvexe Funktion u':

$$\begin{aligned}
& \pi u'\big(C_L(S^*_{\lambda=0})\big) + (1-\pi)u'\big(C_N(S^*_{\lambda=0})\big) \geq u'(C_1(S^*_{\lambda=0})) \\
\Leftrightarrow\quad & u'\big(\pi C_L(S^*_{\lambda=0}) + (1-\pi)C_N(S^*_{\lambda=0})\big) \geq u'(C_1(S^*_{\lambda=0})) \\
\Leftrightarrow\quad & \pi C_L(S^*_{\lambda=0}) + (1-\pi)C_N(S^*_{\lambda=0}) \leq C_1(S^*_{\lambda=0}), \quad \text{da} \quad u'' < 0 \\
\Leftrightarrow\quad & I + (1+\lambda)I \leq 2L
\end{aligned}$$

Damit gilt nun: $u''' > 0$ und $I + (1+\lambda)I \leq 2L$ sind hinreichend, aber nicht notwendig für

$$\frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=S^*_{\lambda=0}} > 0.$$

Ein prudentes Individuum spart also nur dann mehr, wenn die hinreichende Bedingung $I + (1+\lambda)I \leq 2L$ erfüllt ist. Im Fall einer unfairen Versicherung ist $I < L$ optimal. Ein zu hoher Versicherungsaufschlag λ kann dazu führen, dass wegen der daraus resultierenden höheren Prämienzahlung in Periode 1 weniger gespart wird, bzw. das Motiv des Vorsichtssparens nicht mehr existiert.

Folgerung 2.1 *Ist der Kauf einer Teilversicherung optimal, dann muss das Motiv zum Vorsichtssparen bei einem prudenten Individuum nicht unbedingt bestehen. Ein hohes Loading kann dazu führen, dass weniger gespart wird als beim Kauf einer fairen Vollversicherung.*

Es kann eine Aussage über die Höhe des effektiven Risikoschutzes $I+S$ getroffen werden [siehe dazu Seite 12]:

$$I + S \leq L, \quad \text{falls} \quad Y_1 = Y_2 = Y. \tag{2.8}$$

Angenommen es sei $S > L - I$, wobei $S < 0$ ausgeschlossen ist, so dass

$$\frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=L-I} > 0$$

für alle möglichen I. Setzt man $S = L - I$ in die Konsumfunktionen ein, folgt

$$C_N(S = L - I) > C_L(S = L - I) \geq C_1(S = L - I), \quad \text{außer} \quad I = L$$

für alle optimal gewählten I.

Daraus ergibt sich

$$u'(C_N) < u'(C_L) < u'(C_1), \quad \text{da} \quad u'' < 0,$$

bzw. für $0 < \pi < 1$

$$\pi u'(C_L) + (1-\pi)u'(C_N) < u'(C_1) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=S^*_{\lambda=0}} < 0.$$

Das stellt einen Widerspruch zur Annahme dar.

Wegen der in Periode 2 bestehenden Unsicherheit spart das Individuum mehr als beim Kauf einer Vollversicherung. Jedoch wird das durch den Kauf der Teilversicherung verbleibenden Risiko $L-I$ nicht unbedingt durch Ersparnisse kompensiert. Dieses Restrisiko kann durch den Vorsichtssparbetrag unterkompensiert werden. Dies ist mit dem Ergebnis von Moffet (1977) vergleichbar [Theorem 3, Seite 675]. Er muss allerdings eine DARA-Nutzenfunktion annehmen, um das zeigen zu können. Dass diese Annahme in dem hier betrachteten Modell nicht nötig ist, liegt daran, dass die Prämienzahlung eine Periode vor dem möglichen Schadenseintritt erfolgt.

Die Reaktion der optimal gewählten Variablen S und I auf eine Veränderung von π ist

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \pi}|\mathcal{H}_{EU}| =& \big(1-(1+\lambda)\pi\big)(1+\lambda)\pi I u''(C_1)u''(C_L) \\
&+ \big(u'(C_L)-u'(C_N)\big)\big(\pi^2(1+\lambda)^2 u''(C_1) + \pi u''(C_L)\big), \\
\frac{\partial I}{\partial \pi}|\mathcal{H}_{EU}| =& (1+\lambda)^2(1-\pi)\pi I u''(C_1)u'(C_N)[A(C_N)-A(C_L)] \\
&+ \big(u'(C_L)-u'(C_N)\big)\pi\big(u''(C_L)+(1+\lambda)u''(C_1)\big),
\end{aligned}$$

wobei

$$A(C) = -\frac{u''(C)}{u'(C)}$$

das Maß der absoluten Risikoaversion nach Pratt (1964) beschreibt. Für $C_N > C_L$ ist $[A(C_N)-A(C_L)] < 0$, falls abnehmende absolute Risikoaversion (DARA für „Decreasing Absolute Risk Aversion“) vorliegt. $[A(C_N)-A(C_L)] = 0$, falls konstante absolute Risikoaversion (CARA für „Constant Absolute Risk Aversion“) und $[A(C_N)-A(C_L)] > 0$, falls steigende absolute Risikoaversion (IARA für „Increasing Absolute Risk Aversion“) vorliegt.

Es gilt

$$[A(C_N) - A(C_L)] \begin{cases} > 0, & \text{falls } A'(C) > 0 \quad \text{IARA}, \\ = 0, & \text{falls } A'(C) = 0 \quad \text{CARA}, \\ < 0, & \text{falls } A'(C) < 0 \quad \text{DARA}. \end{cases}$$

Im intuitiven DARA-Fall (die Risikoaversion sinkt mit zunehmendem Vermögen) kann die Versicherungsnachfrage zunehmen, wenn π steigt. Die Versicherungsnachfrage sinkt eindeutig, wenn IARA vorliegt. Die Veränderung der Ersparnisse ist uneindeutig und kann nicht näher spezifiziert werden.

Der Versicherungsaufschlag ist so hoch, dass keine Versicherung gekauft wird

Ist der Versicherungsaufschlag so hoch, dass $\lambda = (1-\pi)/\pi$, dann ist $P = I$, so dass der Kauf von Versicherung unsinnig erscheint. Fragt das Individuum keine Versicherung nach, dann wird der Vertrag $(I^* = 0, S^*)$ implizit durch die Bedingung erster Ordnung (2.5) bestimmt. Das Individuum wird, wie in der Einleitung beschrieben, vorsichtssparen, wenn $u''' > 0$.

Die Annahme $u'' > 0$ genügt allerdings, um Vorsichtssparen durch einen First-Order-Shift in der Wahrscheinlichkeitsverteilung entsprechend Eeckhoudt und Schlesinger (2008) [Corollary 1, Seite 1333] zu generieren.

$$\frac{\partial S}{\partial \pi} = -\frac{u'(Y_2 + S - L) - u'(Y_2 + S)}{EU_{SS}} > 0$$

macht deutlich, dass das Individuum mehr spart, wenn der Schadenseintritt wahrscheinlicher wird. Eine höhere Schadenswahrscheinlichkeit reduziert das erwartete Einkommen von Periode 2. Das Risiko nimmt zu und das Individuum reagiert darauf mit höheren Ersparnissen. Vorsichtssparen entsteht bei einer Binomialverteilung der Risiken also auch, wenn das Individuum nicht prudent ist.

Komparative Statik über den Versicherungsaufschlag

Während bislang für λ globale Eigenschaften der Lösungen untersucht wurden, wird nun unter der Annahme der Existenz einer inneren Lösung von I und S gezeigt, wie sich die optimale Versicherungsnachfrage sowie die optimale Sparentscheidung für kleine Erhöhungen des exogen gegebenen Einkommens und des Loadingfaktors $\lambda > 0$ verändern.

Entsprechend dem im Anhang beschriebenen Verfahren ist

$$\frac{\partial I}{\partial Y_2} = \frac{\partial I}{\partial Y_1} = -\frac{(1-\pi(1+\lambda))\pi u''(C_1)u'(C_L)[A(C_N)-A(C_L)]}{|\mathcal{H}_{EU}|} \begin{cases} > 0, & \text{falls } A'(C) > 0, \\ = 0, & \text{falls } A'(C) = 0, \\ < 0, & \text{falls } A'(C) < 0, \end{cases}$$

so dass

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda} = \underbrace{\frac{\pi u'(C_1)EU_{SS}}{|\mathcal{H}_{EU}|}}_{SE<0} \underbrace{-\frac{\partial I}{\partial Y_2}\pi I}_{EE}, \tag{2.9}$$

wobei

$$EU_{SS} = u''(C_1) + \pi u''(C_L) + (1-\pi)u''(C_N) < 0.$$

Die durch eine Loadingerhöhung entstehende Gesamtveränderung lässt sich entsprechend der Slutzky-Zerlegung in einen Substitutions- und Einkommenseffekt zerlegen. Der Substitutionseffekt entspricht der Änderung der Versicherungsnachfrage im Hick'schen Sinne,

$$\left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{dEU=0} = \frac{\pi u'(C_1)EU_{SS}}{|\mathcal{H}_{EU}|} < 0, \tag{2.10}$$

wie im Folgenden deutlich wird.

Das totale Differential des Erwartungsnutzens EU mit $dY_2 = dL = 0$ und unter Anwendung der Bedingung erster Ordnung (2.5) ist $dEU = u'(C_1)[dY_1 - \pi I d\lambda]$. Das totale Differential der Gleichungen (2.4) und (2.5) mit $dY_2 = dL = 0$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} EU_{II}dI + EU_{IS}dS &= -EU_{IY_1}dY_1 - EU_{I\lambda}d\lambda, \\ EU_{IS}dI + EU_{SS}dS &= -EU_{SY_1}dY_1 - EU_{S\lambda}d\lambda. \end{aligned}$$

Mit

$$dEU = 0 \quad \Leftrightarrow \quad dY_1 = \pi I d\lambda$$

folgt:

$$EU_{II}dI + EU_{IS}dS = -[EU_{IY_1}\pi I + EU_{I\lambda}]d\lambda, \tag{2.11}$$

$$EU_{IS}dI + EU_{SS}dS = -[EU_{SY_1}\pi I + EU_{S\lambda}]d\lambda. \tag{2.12}$$

Auflösen nach $\frac{\partial I}{\partial \lambda}$ ergibt den Substitutionseffekt der Slutzky-Gleichung:

$$|\mathcal{H}_{EU}| \times \frac{\partial I}{\partial \lambda}\Big|_{dEU=0} = \frac{\partial I}{\partial Y_1}\pi I + \pi u'(C_1)EU_{SS} - \frac{\partial I}{\partial Y_1}\pi I = \pi u'(C_1)EU_{SS}.$$

Während der Substitutionseffekt von (2.9) eindeutig negativ ist (das Individuum kauft weniger Versicherung, weil sie teurer geworden ist), ist die Richtung des Einkommenseffekts abhängig von den Eigenschaften der Nutzenfunktion. Wenn λ steigt, dann wird die Versicherungsprämie teurer und reduziert damit das über das Leben hinweg zur Verfügung stehende Einkommen. Weniger Einkommen führt bei sinkender absoluter Risikoaversion dazu, dass das Individuum risikoaverser wird und deshalb mehr Versicherung nachfragt. Das folgt aus Pratt's Theorem, wie ich im Anhang auf Seite 85 verdeutliche [siehe dazu Pratt (1964)].

Für die Veränderung der Ersparnisse in Bezug auf λ folgt mit

$$\frac{\partial S}{\partial Y_1} = \frac{(1-\pi(1+\lambda))\pi u''(C_L)u''(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|} > 0,$$

und

$$EU_{IS} = (1+\lambda)\pi u''(C_1) + \pi u''(C_L) < 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = \underbrace{-\frac{\pi u'(C_1)EU_{IS}}{|\mathcal{H}_{EU}|}}_{SE>0} \underbrace{-\frac{\partial S}{\partial Y_1}\pi I}_{EE<0}, \tag{2.13}$$

wobei der erste Term ebenfalls den Substitutionseffekt entsprechend der Slutzky-Zerlegung beschreibt, da aus den Gleichungen (2.11) und (2.12) folgt, dass

$$|\mathcal{H}_{EU}| \times \frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big|_{dEU=0} = \frac{\partial S}{\partial Y_1}\pi I - \pi u'(C_1)EU_{IS} - \frac{\partial S}{\partial Y_1}\pi I = -\pi u'(C_1)EU_{IS},$$

bzw.

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big|_{dEU=0} = \frac{\pi u'(C_1)EU_{IS}}{|\mathcal{H}_{EU}|} > 0. \tag{2.14}$$

Es ist unklar, ob ein Anstieg des Versicherungspreises insgesamt zu höheren oder geringeren Ersparnissen führt, da es zwei gegenläufige Effekte gibt. Der positive erste Effekt gibt an, wie viel das Individuum mehr spart, da die Versicherung teurer geworden ist; durch den höheren Preis der Versicherung substituiert das Individuum die geringere Versicherungsnachfrage durch höhere Ersparnisse. Der zweite negative Term entspricht dem durch das höhere Loading entstehenden Einkommenseffekt; das Individuum spart weniger, weil sein Vermögen infolge der teureren Versicherung geringer wird.

Die Gleichungen (2.10) und (2.14) machen deutlich, dass Sparen und Versicherung reine Substitute im Hick'schen Sinne darstellen. Dionne und Eeckhoudt (1984) zeigen dies für DARA-Präferenzen und einer in Periode 2 stattfindenden Prämienzahlung. Höhere Ersparnisse führen dazu, dass das Individuum in der zweiten Periode vermögender ist. Liegen DARA-Präferenzen vor, dann sinkt dadurch die Risikoaversion des Individuums. Wird über die Höhe der Versicherung in der zweiten Periode entschieden, dann führt die geringere Risikoaversion dazu, dass weniger Versicherung nachgefragt wird. Wird die Prämie jedoch eine Periode vor dem möglichen Schaden bezahlt, entfällt dieser Effekt. Deshalb ist die DARA-Annahme in dem hier analysierten Modell mit einer vorzeitigen Prämienzahlung überflüssig, um Substituierbarkeit zu beweisen.

Während Sparen und Versicherung reine Substitute im Hick'schen Sinne sind, ist der Gesamteffekt der Nachfrageveränderungen im Marshall'schen Sinne jedoch unbestimmt. Es kann lediglich gezeigt werden, dass aus

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial \lambda} < 0. \tag{2.15}$$

Es gilt nämlich

$$\frac{\partial (S+I)}{\partial \lambda} = \frac{\partial S}{\partial \lambda} + \frac{\partial I}{\partial \lambda}.$$

Die Addition von (2.9) und (2.13) ergibt

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial I}{\partial \lambda} + \frac{\partial S}{\partial \lambda}\right) |\mathcal{H}_{EU}| = \pi u'(C_1)[(1-\pi(1+\lambda))u''(C_1) + (1-\pi)u''(C_N)] \\ -(1-\pi)(1+\lambda)\pi u''(C_1)u''(C_N)\pi I < 0.\end{aligned} \tag{2.16}$$

Wenn

$$\frac{\partial (S+I)}{\partial \lambda} < 0$$

ist, dann ist $\frac{\partial S}{\partial \lambda} < 0$ eine notwendige Bedingung für $\frac{\partial I}{\partial \lambda} > 0$. Steigt die Nachfrage nach Versicherung infolge des marginal höheren Versicherungsaufschlags, dann reduziert das

Individuum seine Ersparnisse. Das folgt, weil der von Moffet (1975) eingeführte *effektive Risikoschutz* $S+I$ aus dem Kauf von Versicherung sowie dem Bilden von Ersparnissen mit zunehmendem Loading sinkt.

Folgerung 2.2 *Sparen und Versicherung sind Substitute im Hick'schen Sinne. Die Gesamteffekte sind uneindeutig.*

Auch die Betrachtung eines marginal kleinen λ ändert nichts an diesem Fazit. Da an der Stelle $\lambda = 0$, $C_1 = C_L = C_N = C$ ist, führt die Einführung eines marginal kleinen Versicherungsloadings zu

$$\left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=0} = \frac{2\pi^2 u'(C)u''(C)}{|\mathcal{H}_{EU}|} < 0 \quad \text{und} \tag{2.17}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=0} = \underbrace{-\frac{2\pi^2 u'(C)u''(C)}{|\mathcal{H}_{EU}|}}_{SE>0} \underbrace{-\frac{(1-\pi)\pi(u''(C))^2}{|\mathcal{H}_{EU}|}\pi I}_{EE<0}. \tag{2.18}$$

Bislang waren im Gesamteffekt keine eindeutigen Aussagen bezüglich der Substitution von Versicherung und Sparen möglich. Deshalb gehe ich nun davon aus, dass eine Erhöhung des Loadings nicht zu einer Veränderung der Prämienzahlung führt. Der Versicherungsumfang wird genau so reduziert, dass $P = \overline{P}$ ist, d.h. es ist

$$\left.\frac{\partial P}{\partial \lambda}\right|_{P=\overline{P}} = \left.\frac{\partial(1+\lambda)\pi I}{\partial \lambda}\right|_{P=\overline{P}} = \pi I + \pi(1+\lambda)\left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{P=\overline{P}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{P=\overline{P}} = -\frac{I}{1+\lambda} < 0.$$

Da die Veränderung der Versicherungsnachfrage durch diese Annahme eindeutig determiniert ist (was nicht zwingend ein Optimum darstellt), ist zur Bestimmung der Veränderung der Sparentscheidung lediglich die Bedingung erster Ordnung (2.5) von Bedeutung.

Aus dem impliziten Funktionentheorem für eine endogene Variable folgt nun

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \lambda}\right|_{P=\overline{P}} = -\frac{EU_{S\lambda}}{EU_{SS}} = -\frac{\pi u''(C_L)\frac{\partial I}{\partial \lambda}}{EU_{SS}} > 0.$$

Die Annahme einer konstanten Prämie führt zu der Aussage, dass Sparen und Versicherung Substitute sind. Während die Nachfrage nach Versicherung reduziert wird, erhöht das Individuum seine Ersparnisse.

Folgerung 2.3 *Wenn die Prämienzahlung nach der Loadingerhöhung konstant bleibt, sind Versicherung und Sparen Substitute.*

Liquiditätsbeschränkung und Crowding-Out von Versicherung

Die durch die Einführung von Sparelementen sich verändernde Versicherungsnachfrage im 2-Perioden-Modell ist Gegenstand der Analyse dieses Abschnitts. Wie verändert sich die Versicherungsnachfrage im 2-Perioden-Modell, wenn Sparelemente eingeführt werden bzw. was passiert, wenn die Möglichkeit des individuellen Sparens nicht in die Analyse einbezogen wird? Würde Sparen die Versicherung tatsächlich ersetzen, so würden Modelle, die von Ersparnissen absehen, eine verzerrte Versicherungsnachfrage bestimmen.

Wenn Sparen nicht erlaubt oder das Individuum kreditrestringiert ist, dann gilt $S = 0$. Die Entscheidung über die optimale Nachfrage nach Versicherung erfolgt dann entsprechend der Bedingung erster Ordnung,

$$EU_I = -(1+\lambda)\pi u'(Y_1 - (1+\lambda)\pi I) + \pi u'(Y_2 - L + I) \stackrel{!}{=} 0.$$

Aus dem impliziten Funktionentheorem folgt nun mit $\lambda > 0$,

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda} = -\frac{EU_{I\lambda}}{EU_{II}} = \frac{\pi u'(C_1)}{EU_{II}} + \frac{EU_{IY_1}}{EU_{II}}\pi I = \underbrace{\frac{\pi u'(Y_1 - (1+\lambda)\pi I)}{EU_{II}}}_{SE<0} \underbrace{-\frac{\partial I}{\partial Y_1}\pi I}_{EE<0} < 0,$$

$$\frac{\partial I}{\partial Y_1} = \frac{(1+\lambda)\pi u''(Y_1 - (1+\lambda)\pi I)}{(1+\lambda)^2\pi^2 u''(Y_1 - (1+\lambda)\pi I) + \pi u''(C_L)} > 0.$$

Steigt das Loading, sinkt die Nachfrage nach Versicherung. Der Einkommenseffekt ist eindeutig negativ, da die höhere Prämie das Einkommen in Periode 1 senkt.

Folgerung 2.4 *Ohne Sparen und mit vorzeitiger Prämienzahlung führt zunehmendes Loading zu einer geringeren Versicherungsnachfrage. Einkommens- und Substitutionseffekt zeigen – im Gegensatz zum klassischen Versicherungsmodell – unabhängig von den Präferenzen in die gleiche Richtung.*

Für gegebenes S wird die Versicherungsnachfrage implizit bestimmt durch

$$EU_I = -(1+\lambda)\pi u'(Y_1-(1+\lambda)\pi I - S) + \pi u'(Y_2 - L + I + S) \stackrel{!}{=} 0.$$

Da

$$EU_{II} = (1+\lambda)^2\pi^2 u''(Y_1-(1+\lambda)\pi I - S) + \pi u''(Y_2 - L + I + S) < 0,$$

führt das implizite Funktionentheorem zu

$$\frac{\partial I}{\partial S} = -\frac{EU_{IS}}{EU_{II}} = -\frac{(1+\lambda)\pi u''(Y_1-(1+\lambda)\pi I - S) + \pi u''(Y_2 - L + I + S)}{EU_{II}} < 0, \quad (2.19)$$

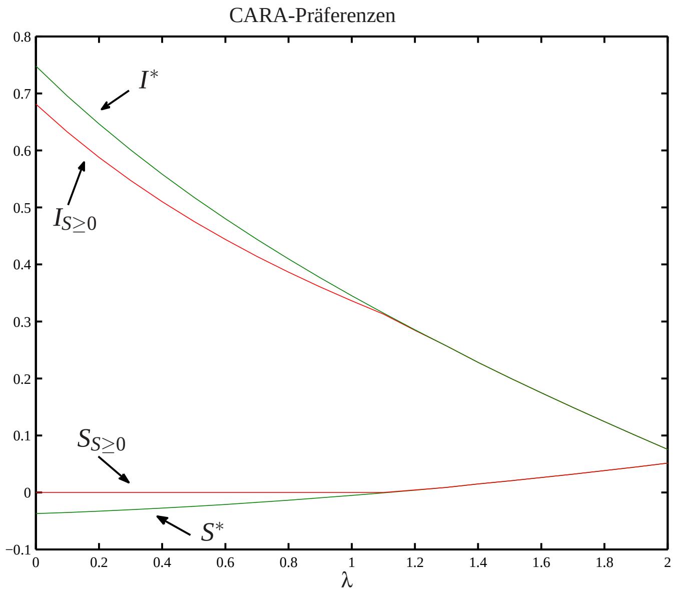
d.h. eine höhere Ersparnis geht mit weniger Versicherung einher. Ausgehend davon sind zwei Situationen denkbar.

Angenommen, das Individuum darf keinen Kredit aufnehmen, hätte aber gerne $S < 0$ realisiert: Befindet sich das Individuum im liquiditätsbeschränkten Bereich, dann wird es durch die Kreditrestriktion praktisch dazu gezwungen, mehr zu sparen als es möchte. Es realisiert $(I_{S=0}, S_{S=0} = 0)$. Das führt nach (2.19) dazu, dass die Versicherungsnachfrage infolge der Kreditrestriktion sinkt. Ein Ausbleiben des Kaufs von Versicherung ersetzt teilweise die nicht mögliche Kreditaufnahme.

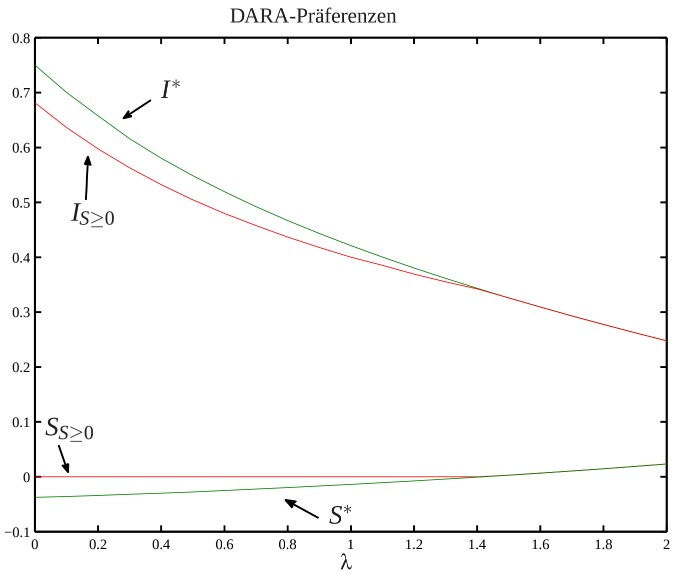
Eine numerische Simulation

Um die Ergebnisse zu illustrieren, wird im folgenden eine numerische Simulation basierend auf der CARA-Nutzenfunktion $u(C) = -0{,}5\exp(-0{,}5\times C)$ und der DARA-Nutzenfunktion $u(c) = -C^{-1}$ präsentiert. Die Parameter nehmen folgende Werte an

$$L = 0{,}75, \quad Y_1 = Y_2 = 1 \quad \text{und} \quad \pi = 0{,}1.$$



(a) Optimale Wahl der Versicherungs- und Sparhöhe mit und ohne Kreditbeschränkungen, CARA-Präferenzen.



(b) Optimale Wahl der Versicherungs- und Sparhöhe mit und ohne Kreditbeschränkungen, DARA-Präferenzen.

Abbildung 2.3: *Versicherung und Sparen im* 2*-Perioden-Modell.*

Abbildung 2.3(a) zeigt die optimal gewählte Höhe der Versicherungsnachfrage I^*, bzw. der Ersparnisse S^* für eine innere Lösung der Bedingungen erster Ordnung (2.4) und (2.5) für CARA-Präferenzen in Abhängigkeit vom Loadingfaktor λ. Die Versicherungsnachfrage I^* sinkt mit zunehmendem Loading [siehe (2.9)]. Die roten Kurven mit $(I_{S=0}, S_{S=0})$ beschreiben die Lösung des Optimierungsproblems mit der zusätzlichen Restriktion $S \geq 0$. In Abbildung 2.3(b) sind die jeweiligen Lösungen für die DARA-Nutzenfunktion in Abhängigkeit vom Loading λ dargestellt. Die Abbildungen machen deutlich, was in (2.20) analytisch gezeigt wurde: Kreditrestriktionen gehen mit einer geringeren Versicherungsnachfrage einher.

Folgerung 2.5 *Ein liquiditätsbeschränktes Individuum kauft weniger Versicherung als ein Individuum, welches einen Kredit aufnehmen kann.*

Das gilt sogar, wenn die Versicherung aktuarisch fair ist, da

$$\left.\frac{\partial I}{\partial S}\right|_{\lambda=0} = -\frac{EU_{IS}}{EU_{II}} = -\frac{\pi u''(Y_1 - \pi L - S) + \pi u''(Y_2 + S)}{EU_{II}} < 0. \tag{2.20}$$

Das Individuum reduziert die Nachfrage nach Versicherung, wenn es liquiditätsbeschränkt ist. Die Zahlung der Prämie in Periode 1 wird durch die Liquiditätsbeschränkung erschwert, so dass das Individuum nur eine Teilversicherung abschließen möchte. Die Gültigkeit des Separationstheorems wird bei liquiditätsbeschränkten Individuen also aufgehoben, wenn die Prämie vorzeitig bezahlt wird. Dieser Effekt existiert nicht mehr, wenn die Prämie in der Periode des Schadenseintritts selbst zu entrichten ist [siehe dazu Seite 39].

Angenommen, das Individuum darf nicht sparen, hätte aber gerne $S > 0$ realisiert: Nach (2.19) führt die Möglichkeit positiver Ersparnis im Vergleich zu einem Modell, wo kein Sparen stattfindet, tatsächlich dazu, dass die Versicherungsnachfrage reduziert wird. Es findet ein „Crowding-Out“ von Versicherung statt. Umgekehrt betrachtet bedeutet dies, dass in einem Modell ohne Ersparnisse eine zu hohe Versicherungsdeckung bestimmt wird, da das Individuum einen Teil der teuren Versicherung gerne über Ersparnisse ersetzen möchte.

Folgerung 2.6 *Die Möglichkeit zu sparen kann eine Versicherung teilweise vom Markt verdrängen.*

Im nächsten Abschnitt werden diese Ergebnisse mit den Resultaten verglichen, die aus einer späteren Prämienzahlung hervorgehen. Hier finden beide Ereignisse, Prämienzahlung und Schaden, in Periode 2 statt.

2.2.3 Spätere Prämienzahlung

In diesem Abschnitt wird angenommen, dass die Versicherungsprämie zu Beginn von Periode 2 stattfindet. Der Schaden L kann am Ende dieser Periode mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < \pi < 1$ eintreten. Deutlich wird diese Änderung anhand des Wahrscheinlichkeitsbaums in Abbildung 2.4.

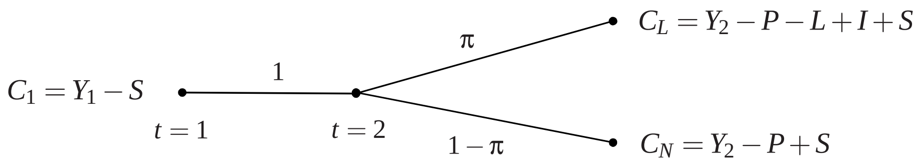


Abbildung 2.4: *Wahrscheinlichkeitsbaum bei späterer Prämienzahlung.*

$$\begin{aligned} C_1 &= Y_1 - S, \\ C_N &= Y_2 + S - P = Y_2 + S - (1+\lambda)\pi I, \\ C_L &= Y_2 + S - L + I - P = Y_2 + S - L + I - (1+\lambda)\pi I, \end{aligned} \tag{2.21}$$

beschreiben die neuen zustandsabhängigen Konsumniveaus. Die Maximierung des erwarteten Lebensnutzens des Individuums führt zu den Bedingungen erster Ordnung,

$$\begin{aligned} EU_I = -(1+\lambda)\pi(1-\pi)u'(C_N) + \pi(1-(1+\lambda)\pi)u'(C_L) &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow \quad \frac{(1+\lambda)(1-\pi)}{1-(1+\lambda)\pi} &= \frac{u'(C_L)}{u'(C_N)}, \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned} EU_S = -u'(C_1) + \pi u'(C_L) + (1-\pi)u'(C_N) &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Rightarrow \quad u'(C_L) &= (1+\lambda)u'(C_1), \end{aligned} \tag{2.23}$$

welche die optimale Lösung (I^*, S^*) für den Fall charakterisieren, dass eine innere Lösung für I^* existiert und keine Kreditbeschränkungen vorliegen. Und die Bedingung zweiter Ordnung ist erfüllt,

$$\begin{aligned}
EU_{II} =& (1+\lambda)^2\pi^2(1-\pi)u''(C_N) + \pi(1-(1+\lambda)\pi)^2 u''(C_L) < 0 \quad \text{und} \\
|\mathcal{H}_{EU}| =& EU_{II}EU_{SS} - EU_{IS}^2 \\
=& \pi(1-\pi)u''(C_N)u''(C_L) + (1+\lambda)^2\pi^2(1-\pi)u''(C_N)u''(C_1) \\
& + \pi(1-(1+\lambda)\pi)^2 u''(C_L)u''(C_1) > 0.
\end{aligned}$$

Die optimale Ersparnis wird – wie im vorher betrachteten Modell – so festgelegt, dass der Nutzenverlust durch die höhere Ersparnis (weniger Konsum) in Periode 1 dem Nutzenzuwachs aus der verbesserten Konsummöglichkeit in Periode 2 entspricht. Während das Individuum im Modell mit Prämienzahlung in Periode 1 seine optimale Versicherungshöhe bei $\lambda = 0$ so gewählt hat, dass sich über zwei Perioden hinweg die Grenznutzen entsprechen, wird die Nachfrage nach Versicherung bei späterer Prämienzahlung über die Gleichheit der Grenznutzen der möglichen Zustände N und L in Periode 2 ermittelt. Daraus folgt wieder das bekannte Ergebnis der Versicherungsökonomik,

$$\begin{aligned}
\lambda = 0 \quad &\Rightarrow \quad C_1 = C_L, \\
\lambda > 0 \quad &\Rightarrow \quad C_1 > C_L.
\end{aligned}$$

Die Darstellung der Wirkung von (marginal) kleinen Änderungen von λ und π ist Ziel der nun folgenden Analyse.

Komparative Statik über die Schadenswahrscheinlichkeit

Wie zu Beginn der Analyse im Modell mit einer vorgezogenen Prämienzahlung wird zunächst die globale Wirkung des Versicherungsaufschlages λ diskutiert.

Es gibt keinen Versicherungsaufschlag

$\lambda = 0$ führt zum Kauf einer Vollversicherung. Sparen findet statt, um den Konsum zu glätten. Im Vergleich zum vorher betrachteten Modell ergeben sich keine Änderungen.

Der Versicherungsaufschlag ist positiv

Das wegen $\lambda > 0$ in Periode 2 verbleibende Restrisiko führt in der hier betrachteten Modellvariante zu Vorsichtssparen - im Gegensatz zum Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung. Wenn das Individuum Vollversicherung kauft, dann spart es den Betrag

$$S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\left(Y_1 - Y_2 + \pi L\right).$$

In (2.23) eingesetzt ergibt das den Wert der Ableitung an der Stelle $S^*_{\lambda=0}$, wobei $I = I(S^*_{\lambda=0})$ der optimalen Versicherungsnachfrage für $S^*_{\lambda=0}$ entspricht. Damit folgt

$$\begin{aligned}
C_1(S^*_{\lambda=0}) &= Y_1 - S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L\big),\\
C_N(S^*_{\lambda=0}) &= Y_2 - (1+\lambda)\pi I + S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I\big),\\
C_L(S^*_{\lambda=0}) &= Y_2 - (1+\lambda)\pi I - L + I + S^*_{\lambda=0} = \frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I - 2(L-I)\big).
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial EU}{\partial S}\right|_{S=S^*_{\lambda=0}} = &-u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 - \pi L\big)\right)\\
&+\pi u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I - 2(L-I)\big)\right)\\
&+(1-\pi)u'\left(\frac{1}{2}\big(Y_1 + Y_2 + \pi L - 2(1+\lambda)\pi I\big)\right). \qquad (2.24)
\end{aligned}$$

Da

$$C_N(S^*_{\lambda=0}) > C_1(S^*_{\lambda=0}) > C_L(S^*_{\lambda=0}), \quad \forall \quad I < L$$

und die Bedingung zweiter Ordnung erfüllt ist, folgt aus der Jensenschen Ungleichung

$$\begin{aligned}
\pi u'\left(C_L(S^*_{\lambda=0})\right) + (1-\pi)u'\left(C_N(S^*_{\lambda=0})\right) \geq u'\left(\pi C_L(S^*_{\lambda=0}) + (1-\pi)C_N(S^*_{\lambda=0})\right)&\\
\Leftrightarrow \quad u''' > 0.&
\end{aligned}$$

Es kann weiter gezeigt werden, dass

$$u'\left(\pi C_L(S^*_{\lambda=0} + (1-\pi)C_N(S^*_{\lambda=0}))\right) \geq u'\left(C_1(S^*_{\lambda=0}))\right).$$

Daraus folgt – im Gegensatz zum Modell mit Prämienzahlung in Periode 1 –

$$\left.\frac{\partial EU}{\partial S}\right|_{S=\hat{S}} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad u''' > 0.$$

Das Individuum wird bei einer Prämienzahlung in Periode 2 im Umfang von $S^*_{\lambda>0} - S^*_{\lambda=0} > 0$ mehr sparen, wenn es prudent ist, weil durch den Kauf der Teilversicherung ein Restrisiko entsteht. Das kann auch als Vorsichtssparen nach Leland (1968) interpretiert werden [siehe dazu auch Seite 11].

Folgerung 2.7 *Ist der Kauf einer Teilversicherung optimal, dann einsteht ein Motiv zum Vorsichtssparen, wenn $u''' > 0$ und die unfaire Versicherungsprämie in Periode 2 bezahlt wird.*

In Bezug auf den effektiven Risikoschutz $S+I$ nach Moffet (1977) gilt

$$S+I \leq L+P, \qquad \text{falls } Y_1 = Y_2 = Y. \tag{2.25}$$

Angenommen es sei $S > L-I-P$, wobei $S > 0$ ist, so dass

$$\frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=L-I-P} > 0$$

für alle möglichen I. Setzt man $S = L-I$ in die Konsumfunktionen ein, folgt

$$C_N(S=L-I-P) > C_L(S=L-I-P) > C_1(S=L-I-P)$$

für alle optimal gewählten I. Es gilt dann

$$u'(C_N) < u'(C_L) < u'(C_1) \quad \text{da} \quad u'' < 0,$$

bzw. für $0 < \pi < 1$

$$\pi u'(C_L) + (1-\pi)u'(C_N) < u'(C_1) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial EU}{\partial S}\bigg|_{S=\hat{S}} < 0.$$

Das stellt einen Widerspruch zur Annahme dar.

Das Individuum spart wegen der in Periode 2 bestehenden Unsicherheit bei späterer Prämienzahlung mehr als im Fall ohne Risiko – aber eventuell weniger als das durch die Teilversicherung verbleibende Risiko sowie der Prämienzahlung $L-I+P$. Dieses Ergebnis ist mit der Analyse bei vorzeitiger Prämienzahlung vergleichbar.

Eine marginal kleine Erhöhung der Schadenseintrittswahrscheinlichkeit führt zu keinem eindeutigen Ergebnis:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial \pi}|\mathcal{H}_{EU}| = &(1+\lambda)\pi I u''(C_L)\left[\big(1-(1+\lambda)\pi\big)u''(C_L)+(1+\lambda)(1+\pi)u''(C_N)\right]\\ &-\big(u'(C_L)-u'(C_N)\big)\big(\pi^2(1+\lambda)^2u''(C_1)+\pi u''(C_L)\big)>0,\\ \frac{\partial I}{\partial \pi}|\mathcal{H}_{EU}| = &(1+\lambda)^2(1-\pi)\pi I u''(C_1)u'(C_N)[A(C_N)-A(C_L)]\\ &+\big(u'(C_L)-u'(C_N)\big)\pi\big(u''(C_L)+(1+\lambda)u''(C_1)\big),\end{aligned}$$

so dass

$$\frac{\partial I}{\partial \pi}<0 \quad \text{falls} \quad A'(C)\geq 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial S}{\partial \pi}>0.$$

Für eine innere Lösung von I ändert sich an den Aussagen des Modells mit vorzeitiger Prämienzahlung bezüglich der Versicherungsnachfrage nichts, da es wegen des Sparens sowie der Annahme perfekter Kapitalmärkte irrelevant ist, ob die Prämie in Periode 1 oder 2 bezahlt wird.

Im Optimum wird das Individuum die teure Versicherung nur dann durch höhere Ersparnisse ersetzen, wenn IARA- oder CARA-Präferenzen vorliegen. Allerdings wird das Individuum in jedem Fall seine Ersparnisse erhöhen, wenn π steigt, d.h. wenn der Schaden mit einer höheren Wahrscheinlichkeit eintritt, wird das Individuum mehr sparen – das kann auch als Vorsichtssparen interpretiert werden. Bei vorzeitiger Prämienzahlung war kein eindeutiger Effekt erkennbar. Gleichzeitig geht das mit dem Kauf von weniger Versicherung einher, wenn z.B. CARA-Präferenzen vorliegen: Durch die höheren Ersparnisse steigt das Vermögen in Periode 2, so dass das Individuum weniger von der teuren Versicherung nachfragen wird.

Der Versicherungsaufschlag ist so hoch, dass keine Versicherung gekauft wird

Ist das Loading so hoch, dass keine Versicherung mehr gekauft wird, d.h. $\lambda \geq (1-\pi)/\pi$, wird das Individuum wegen der in Periode 2 bestehenden Unsicherheit vorsichtssparen. Insbesondere ist $\partial S/\partial\pi > 0$, gleich wie im Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung auf Seite 20 beschrieben.

Folgerung 2.8 *Wird kein Loading erhoben oder ist das Loading sehr groß, dann hat die spätere Prämienzahlung keinen Einfluss auf die Ergebnisse. Bei ausreichend kleinem Versicherungsaufschlag sind Versicherung und Sparen in Bezug auf eine steigende Schadenseintrittswahrscheinlichkeit für IARA- oder CARA-Präferenzen Substitute. Im DARA-Fall können die Variablen auch komplementär sein.*

Komparative Statik über den Versicherungsaufschlag und das exogene Einkommen

Für eine innere Lösung von I und S ändert sich im Vergleich zum Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung bezüglich der Versicherungsnachfrage nichts.

$$\frac{\partial I}{\partial Y_2} = -\frac{\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_1)u'(C_L)[A(C_N)-A(C_L)]}{|\mathcal{H}_{EU}|} \begin{cases} >0, & \text{falls } A'(C)>0, \\ =0, & \text{falls } A'(C)=0, \\ <0, & \text{falls } A'(C)<0, \end{cases}$$

und

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda} = \underbrace{\frac{\pi u'(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|}EU_{SS}}_{SE<0} \underbrace{-\frac{\partial I}{\partial Y_2}\pi I}_{EE} \tag{2.26}$$

mit

$$EU_{SS} = u''(C_1)+\pi u''(C_L)+(1-\pi)u''(C_N) < 0.$$

Der Substitutionseffekt ist eindeutig negativ. Die Richtung des Einkommenseffektes hingegen ist abhängig von den Präferenzeigenschaften des Individuums.

Allerdings ändert sich die Reaktion der Ersparnisse, wenn die Prämie in Periode 2 bezahlt wird. Es gilt

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = \underbrace{-\frac{\pi u'(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|}EU_{IS}}_{SE} \underbrace{-\frac{\partial S}{\partial Y_2}\pi I}_{EE>0} \tag{2.27}$$

mit

$$-EU_{IS} = -(1-(1+\lambda)\pi)\pi u'(C_L)[A(C_N)-A(C_L)] \begin{cases} <0, & \text{falls } A'(C)>0, \\ =0, & \text{falls } A'(C)=0, \\ >0, & \text{falls } A'(C)<0, \end{cases}$$

und

$$\frac{\partial S}{\partial Y_2} = -\frac{(1-\pi)\pi u''(C_N)u''(C_L)}{|\mathcal{H}_{EU}|} < 0.$$

Der Einkommenseffekt ist nun positiv. Weil die Versicherung teurer geworden ist, reduzieren sich die Konsummöglichkeiten in Periode 2, so dass das Individuum in Periode 1 mehr spart. Während die Richtung des Substitutionseffekts vorher eindeutig positiv war, ist sie nun abhängig von den Präferenzen des Individuums.

Die spätere Prämienzahlung hat also zur Folge, dass die Form der Nutzenfunktion darüber entscheidet, ob das Individuum die teure Versicherung durch Sparen substituiert oder nicht.

- Liegen CARA-Präferenzen vor, dann führt ein höherer Versicherungsaufschlag zu einem Rückgang der Nachfrage nach Versicherung. Das Individuum gleicht dies durch mehr Sparen (teilweise) wieder aus.

  Die Veränderung der Versicherungsnachfrage stellt einen reinen Substitutionseffekt dar. Weil die Versicherung teurer ist, wird das Individuum die Versicherungsdeckung durch mehr Sparen substituieren. Das macht auch (2.27) deutlich. Höhere Ersparnisse resultieren daraus, dass das Individuum durch den höheren Versicherungspreis, der in Periode 2 zu bezahlen ist, weniger vermögender ist.

- DARA-Präferenzen führen zu einer höheren Ersparnis, wenn λ steigt. Die Nachfrage nach Versicherung kann sich verringern.

  Allerdings kann es auch sein, dass die Versicherungsdeckung steigt. Höhere Ersparnisse erhöhen das Vermögen in Periode 2. Das kann mit dem Kauf von mehr Versicherung einhergehen, wenn der positive Einkommenseffekt den negativen Substitutionseffekt überwiegt.

- Das Individuum reduziert seine Versicherungsnachfrage im IARA-Fall. Wenn sich das Individuum in Periode 1 für den Kauf von weniger Versicherung entschieden hat, machen geringere Ersparnisse Sinn. Immerhin folgt aus IARA, dass Individuen mit steigendem Vermögen risikoaverser werden.

Ob mehr Versicherung im Gesamteffekt zu weniger Sparen führt, kann bei einer späteren Prämienzahlung also höchstens mit Hilfe bestimmter Klassen von Nutzenfunktionen bestimmt werden. Eine vorgelagerte Prämienzahlung führt zumindest beim Spareffekt zu gegenläufigen Einkommens- und Substitutionseffekten, deren Richtung nicht (wie hier in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Nutzenfunktion) eindeutig definiert werden kann. Allerdings konnte gezeigt werden, dass eine mit dem Loading steigende Versicherungsnachfrage zu weniger Sparen führt. Das gilt in dieser Modellumgebung nur mit der zusätzlichen Annahme $u''' > 0$, wie ich im Folgenden zeigen werde.

Aus (2.26) und (2.27) folgt

$$\frac{\partial(S+I)}{\partial\lambda} = \frac{\pi u'(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|}(EU_{SS} - EU_{IS}) - \left(\frac{\partial S}{\partial Y_1} + \frac{\partial I}{\partial Y_1}\right)\pi I.$$

Da $EU_{SS} - EU_{IS} < 0$ genügt es zu zeigen, dass der zweite Term positiv ist:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial Y_1} + \frac{\partial I}{\partial Y_1} = \pi(1-\pi)[u''(C_N)(u''(C_1) - u''(C_L)) - u''(C_1)u''(C_L)]\\ +\lambda\pi u''(C_1)((1-\pi)u''(C_N) + \pi u''(C_L)) > 0,\end{aligned}$$

weil $u''(C_1) - u''(C_L) > u''(C_L)$ und $u''(C_N) > u''(C_1)$ falls $u''' > 0$. Daraus folgt:

$$\text{Ist } u''' > 0, \text{ dann gilt:} \quad \frac{\partial I}{\partial\lambda} > 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial\lambda} < 0.$$

Da die Effekte einer Loadingveränderung von den Eigenschaften der Nutzenfunktionen abhängen, ist es nicht überraschend, dass diese Aussage einer zusätzlichen Annahme über Eigenschaften der Präferenzen bedarf. Die Verbindung zwischen steigender Versicherungsnachfrage und sinkenden Ersparnissen lässt sich nur erschließen, wenn das Individuum prudent ist, d.h. $u''' > 0$ gilt.

Folgerung 2.9 *Die Veränderungen für die Versicherungs- und Sparentscheidung in Bezug auf den Loadingfaktor im Marshall'schen Sinne bleiben auch bei späterer Prämienzahlung uneindeutig. Eine mit dem Loading steigende Versicherungsnachfrage resultiert nur dann in weniger Sparanstrengung, wenn das Individuum prudent ist.*

Für die Substituierbarkeit im Hick'schen Sinne wird nachfolgend die Änderung der Variablenentscheidung für ein marginal höheres λ an der Stelle, wo der Erwartungsnutzen sich nicht ändert, betrachtet und man erhält:

$$\left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{dEU=0} = \frac{\pi u'(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|} EU_{SS} < 0,$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \lambda}\right|_{dEU=0} = \frac{\pi u'(C_1)}{|\mathcal{H}_{EU}|} EU_{IS} \begin{cases} < 0, & \text{falls} \quad A'(C) > 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad A'(C) = 0, \\ > 0, & \text{falls} \quad A'(C) < 0. \end{cases}$$

Die Annahme der Prämienzahlung in Periode 1 führt dazu, dass die Substituierbarkeit von Versicherung und Sparen im Hicksch'schen Sinne vorliegt.

Das ist bei einer späteren Prämienzahlung nicht mehr der Fall. Versicherung und Sparen sind nur dann reine Substitute im Hicksch'schen Sinne, wenn DARA-Präferenzen vorliegen [siehe Dionne und Eeckhoudt (1984)]. Sie sind sogar Komplemente, wenn die Präferenzen eine steigende absolute Risikoaversion aufweisen.

Folgerung 2.10 *Liegen DARA-Präferenzen (IARA-Präferenzen) vor, sind Sparen und Versicherung reine Substitute (Komplemente) im Hick'schen Sinne.*

Substituierbarkeit von Versicherung und Sparen folgt für alle Nutzenfunktionen bei der Veränderung marginal kleiner Versicherungsaufschläge, wenn die Prämie später bezahlt wird,

$$\left.\frac{\partial I}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=0} = \frac{2\pi u'(C)u''(C)}{|\mathcal{H}_{EU}|} < 0 \quad \text{und} \tag{2.28}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=0} = \frac{(1-\pi)\pi(u''(C))^2\pi I}{|\mathcal{H}_{EU}|} > 0. \tag{2.29}$$

Die Versicherungsnachfrage sinkt, während die Ersparnisse ansteigen, wenn der Versicherungsaufschlag sehr gering ist. Demzufolge sind die Effekte (im Gegensatz zum vorher betrachteten Modell) eindeutig, weil der Substitutionseffekt wegen $A(C_L) = A(C_N)$ beim Sparen verschwindet, bzw. die Nachfrageänderung allein durch den positiven Einkommenseffekt charakterisiert wird.

Folgerung 2.11 *Versicherung und Sparen sind Substitute, wenn das Loading sehr klein ist und die Prämie in Periode* 2 *bezahlt wird.*

Wird der Versicherungsumfang genau so reduziert, dass $P = \overline{P}$ ist, d.h.

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda}\bigg|_{P=\overline{P}} = -\frac{I}{1+\lambda} < 0,$$

dann ist die Veränderung der Sparentscheidung entsprechend der Bedingung erster Ordnung (2.23),

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\bigg|_{P=\overline{P}} = -\frac{EU_{S\lambda}}{EU_{SS}} = 0,$$

da

$$EU_{S\lambda} = \big(\pi u''(C_L) + (1-\pi)u''(C_N)\big)\big(-\pi I + (1+\lambda)\pi I \partial I/\partial\lambda\big) = 0.$$

Die Annahme einer konstanten Prämie führt bei einer späteren Prämienzahlung nicht zu der Aussage, dass Sparen und Versicherungen Substitute sind (im Gegensatz zur früheren Prämienzahlung). Während die Nachfrage nach Versicherung bei steigendem Loading reduziert wird, bleibt die Höhe der Ersparnis von der Loadingveränderung unberührt.

Folgerung 2.12 *Wenn die Prämienzahlung nach der Loadingerhöhung konstant bleibt, sind Versicherung und Sparen keine Substitute, sofern die Prämie später bezahlt wird.*

Liquiditätsbeschränkung und Crowding-Out von Versicherung

Nachdem bislang komparative Statik über die Höhe der Versicherungsnachfrage und der Sparentscheidung in Bezug auf höheres Loading und eine höhere Schadenswahrscheinlichkeit im Vordergrund stand, bleibt nun zu prüfen, ob die Möglichkeit zu sparen einen Verdrängungseffekt zur Folge haben kann. Ist Sparen nicht erlaubt oder ist das Individuum kreditrestringiert, dann gilt $S = 0$. Die Entscheidung über die optimale Nachfrage nach Versicherung I^* mit $\lambda > 0$ ergibt sich für gegebenes S implizit aus der Bedingung erster Ordnung,

$$EU_I = -(1+\lambda)\pi(1-\pi)u'(Y_1-(1+\lambda)\pi I+S) \\ +\pi(1-(1+\lambda)\pi)u'(Y_1-(1+\lambda)\pi I-L+I+S) \stackrel{!}{=} 0,$$

wenn Sparen nicht erlaubt oder das Individuum kreditrestringiert ist.

Für gegebenes S und $EU_{II} < 0$ führt das implizite Funktionentheorem zu

$$\frac{\partial I}{\partial S} = -\frac{\pi(1-(1+\lambda)\pi)u'(C_L)[A(C_L)-A(C_N)]}{EU_{II}} \begin{cases} >0, & \text{falls} \quad A'(C)>0, \\ =0, & \text{falls} \quad A'(C)=0, \\ <0, & \text{falls} \quad A'(C)<0. \end{cases} \tag{2.30}$$

Zwei mögliche Szenarien stehen nun wieder zur Disposition.

Angenommen, das Individuum darf keinen Kredit aufnehmen,
hätte aber gerne $S < 0$ realisiert:

Wegen der Restriktion muss das Individuum seine Ersparnisse auf $S = 0$ erhöhen und realisiert $(I^*, S = 0)$, d.h. die Versicherungsnachfrage

$$I \begin{cases} \text{steigt,} & \text{falls} \quad A'(C)>0, \\ \text{bleibt gleich,} & \text{falls} \quad A'(C)=0, \\ \text{sinkt,} & \text{falls} \quad A'(C)<0, \end{cases}$$

im Vergleich zur Situation $S < 0$. Dies ist auch intuitiv nachvollziehbar: Wenn S steigt, erhöhen sich die Konsumniveaus C_U und C_N in Periode 2. Mit DARA (IARA) sinkt (steigt) dann die Risikoaversion des Individuums. Die Versicherung verliert (gewinnt) an Bedeutung.

Für $\lambda = 0$ ist $\partial I/\partial S = 0$. Anders als im Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung ändert ein Individuum dank der Kreditrestriktion seine Versicherungsnachfrage nicht, wenn die Prämie in Periode 2 bezahlt wird.

Angenommen, das Individuum darf nicht sparen, hätte aber gerne $S > 0$ realisiert:

Die Bedingung (2.30) macht deutlich, dass die Möglichkeit, einen positiven Betrag sparen zu können, nur im DARA-Fall eine geringere Versicherungsnachfrage zur Folge hat. Sparen führt dann zu dem intuitiv vermuteten Verdrängungseffekt von Versicherung. Liegt

IARA vor, dann steigt die Nachfrage nach Versicherung, wie auch eine Simulation des 2-Perioden-Modells zeigt.

Eine numerische Simulation

Um die Ergebnisse zu illustrieren, wird eine numerische Simulation des 2-Perioden-Modells basierend auf der IARA-Nutzenfunktion $u(C) = 5C - 0{,}6C^2$ und der DARA-Nutzenfunktion $u(c) = -C^{-1}$ präsentiert. Die Parameter nehmen folgende Werte an:

$$L = 0{,}75, \quad Y_1 = 1{,}5, \quad Y_2 = 1 \quad \text{und} \quad \pi = 0{,}1. \tag{2.31}$$

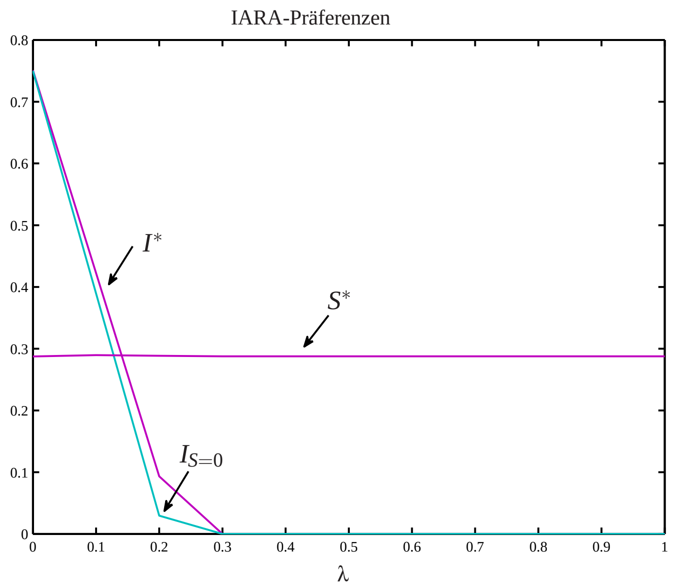
Abbildung 2.5(a) zeigt die optimal gewählte Höhe der Versicherungsnachfrage I^*, bzw. der Ersparnisse S^* für eine innere Lösung der Bedingungen erster Ordnung (2.22) und (2.23) für IARA-Präferenzen in Abhängigkeit vom Loading λ. Die Höhe der optimalen Ersparnisse S^* ist in diesem Fall für alle Werte von λ konstant, weil $u''' = 0$. Die blaue Kurve $I_{S=0}$ beschreibt die Lösung des Optimierungsproblems mit der zusätzlichen Restriktion $S = 0$. Im Optimum werden die in Tabelle 2.1 skizzierten Lösungen realisiert. Die Ersparnis nimmt für die IARA-Nutzenfunktion mit zunehmendem λ ab. Wenn der

λ	S	I	$I_{S=0}$
0,1	0,290	0,422	0,389
0,2	0,288	0,093	0,029
0,3	0,287	0,000	0,000
0,4	0,287	0,000	0,000

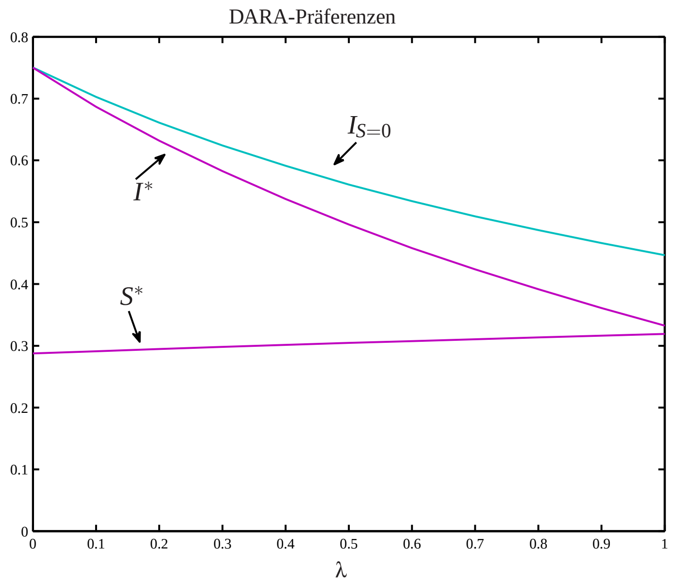
Tabelle 2.1: *Vergleich optimaler Verträge im ex-post Moral Hazard Modell.*

Versicherungsaufschlag entsprechend hoch ist, ist der Kauf einer Versicherung nicht mehr effizient. Die Ersparnisse bleiben dann für zunehmendes λ konstant.

Abbildung 2.5(b) stellt die jeweiligen Lösungen für die DARA-Nutzenfunktion in Abhängigkeit vom Loading λ dar. Die Ersparnisse steigen mit zunehmendem λ, wie auch in der komparativen Statik über λ gezeigt wurde [siehe 2.27]. Die Versicherungsnachfrage nimmt hingegen ab. In diesem Beispiel sind Versicherung und Sparen Substitute.



(a) Optimale Wahl der Versicherungs- und Sparhöhe mit und ohne Kreditbeschränkungen, IARA-Präferenzen.



(b) Optimale Wahl der Versicherungs- und Sparhöhe mit und ohne Kreditbeschränkungen, DARA-Präferenzen.

Abbildung 2.5: *„Crowding-Out“ von Versicherung durch Sparen.*

Die Abbildungen machen insbesondere deutlich, dass die Möglichkeit, einen positiven Betrag zu sparen, bei IARA-Präferenzen zu einer höheren Nachfrage nach Versicherung führt. Bei DARA-Präferenzen sinkt die Versicherungsnachfrage, wenn das Individuum einen positiven Betrag spart.

Sparen verdrängt Versicherung nur dann vom Markt, wenn DARA-Präferenzen vorliegen. Ebenso führt eine Liquiditätsbeschränkung dazu, dass Individuen mit $A'(C) < 0$ weniger Versicherung nachfragen als wenn sie einen Kredit aufnehmen könnten. Diese Resultate konnten – ohne DARA-Präferenzen annehmen zu müssen – auch im Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung gefunden werden.

Folgerung 2.13 *Eine spätere Prämienzahlung führt dazu, dass der Verdrängungseffekt von Sparen auf Versicherung ebenso wie die Wirkung einer Liquiditätsbeschränkung präferenzabhängig ist.*

2.2.4 Zusammenfassung

Die Analyse der Modelle, die sowohl Versicherung als auch individuelle Sparelemente beinhalten, hatte zum Ziel, Bedingungen für eine (nicht nur im Hick'schen Sinne) mögliche Substituierbarkeit von Versicherung und Sparen zu formulieren. Weiterhin wurde untersucht, ob Sparen Versicherung vom Markt verdrängen kann und wie liquiditätsbeschränkte Individuen ihre Versicherungsnachfrage anpassen. Es konnte gezeigt werden, dass eine aktuarisch faire Versicherung zum Kauf einer Vollversicherung führt, unabhängig davon, ob die Prämie in Periode 1 oder 2 bezahlt wird. Die Höhe der Ersparnisse wird so gewählt, dass der Konsum über beide Perioden hinweg vollständig geglättet ist. Eine Ausnahme stellen Liquidiätsbeschränkungen dar. Hat ein Individuum keinen Zugang zum Kapitalmarkt, wird es zukünftiges Risiko selbst bei einer aktuarisch fairen Versicherung durch eine Teilversicherung absichern, wenn die Prämie eine Periode vor dem möglichen Schadenseintritt bezahlt wird. Durch die Liquiditätsbeschränkung zwingt in Periode 1 implizit dazu, mehr zu sparen als man eigentlich wollte. Deshalb wird Versicherung weniger wichtig. Dieses Ergebnis gilt nicht mehr, wenn die Prämie zu Beginn von Periode 2 bezahlt wird. Eine Liquiditätsbeschränkung hat dann keinen Einfluss auf die Versicherungsnachfrage.

Für eine unfaire Versicherung konnte gezeigt werden, dass das Individuum über erhöhtes Sparen versuchen wird, das durch den Kauf von Teilversicherung verursachte Risiko abzumildern, wenn es prudent ist und die Prämie in Periode 2 bezahlt wird. Die Zahlung der Versicherungsprämie in Periode 1 führt nicht zu dieser eindeutigen Aussage: Es könnte sogar sein, dass prudente Individuen auf vorsichtssparen verzichten. Ein zu hoher Versicherungsaufschlag kann dazu führen, dass wegen der daraus resultierenden höheren Prämienzahlung in Periode 1 weniger gespart wird, bzw. das Motiv des Vorsichtssparens nicht mehr existiert.

Ist der Versicherungsaufschlag so hoch, dass keine Versicherung mehr gekauft wird, dann wird ein prudentes Individuum über erhöhtes Sparen versuchen, das Risiko abzumildern. Dieses Motiv des Vorsichtssparens konnte für beide Modellvarianten beschrieben werden.

Bedingungen für eine solche Substituierbarkeit von Versicherung durch Ersparnisse konnte für eine steigende Schadenseintrittswahrscheinlichkeit nicht gezeigt werden, wenn die Prämie in Periode 1 bezahlt wird: Das Vorzeichen der komparativen Statik von Ersparnissen auf die Schadenseintrittswahrscheinlichkeit ist ungewiss. Detailliertere Aussagen liefert jedoch das Modell mit späteren Prämienzahlungen. Eine höhere Schadenswahrscheinlichkeit führt immer zu höheren Ersparnissen. Dieses Vorsichtssparen gilt unabhängig davon, ob das Individuum prudent ist oder nicht. Weniger Versicherung wird gekauft, wenn IARA- oder CARA-Präferenzen vorliegen. Unter diesen Annahmen sind Versicherung und Sparen Substitute.

Bezug nehmend auf marginal kleine Änderungen von λ sind die Aussagen über die Substituierbarkeit davon abhängig, ob die Prämie in Periode 1 oder in Periode 2 bezahlt wird. Während eine vorzeitige Prämienzahlung dazu führt, dass Versicherung und Sparen reine Substitute im Hick'schen Sinne sind, trifft das bei späterer Prämienzahlung nur dann zu, wenn DARA-Präferenzen vorliegen. Aus IARA folgt sogar, dass Versicherung und Sparen Komplemente in Bezug auf den Loadingfaktor sind. Dies ist aus der Literatur bislang nicht bekannt.

Betrachtet man den Effekt einer Loadingveränderung im Marschall'schen Sinne, dann sind die Aussagen nicht mehr eindeutig. Nur für den Fall der späteren Prämienzahlung und CARA-Präferenzen sind Versicherung und Sparen Substitute bezüglich des Loadingfaktors. In allen anderen Fällen sind die Bewegungen uneindeutig.

$A'(C) < 0$		$A'(C) = 0$		$A'(C) > 0$	
$\frac{\partial S}{\partial \pi} = ?$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} = ?$	$\frac{\partial S}{\partial \pi} = ?$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial \pi} = ?$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} < 0$
$\frac{\partial S}{\partial Y_1} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_1} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial Y_1} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_1} = 0$	$\frac{\partial S}{\partial Y_1} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_1} > 0$
$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = S_+ + E_-$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} = S_- + E_+$	$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = S_+ + E_-$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = S_+ + E_-$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0$
$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big\vert_{\lambda=0} = S_+ + E_-$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda}\Big\vert_{\lambda=0} < 0$				
$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big\vert_{P=\bar{P}} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda}\Big\vert_{P=\bar{P}} < 0$				
$\frac{\partial I}{\partial \lambda} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial \lambda} < 0$					

$A(C) = -u'(C)/u''(C)$:	Maß der absoluten Risikoaversion
$u(C)$:	Nutzen aus Konsum C
$S_{+/-}$:	positiver/negativer Substitutionseffekt
$E_{+/-}$:	positiver/negativer Einkommenseffekt
S:	Ersparnisse
I:	Versicherungsnachfrage
π:	Schadenseintrittswahrscheinlichkeit
Y_i:	Einkommen in Periode i
λ:	Loadingfaktor

Tabelle 2.2: *Komparative Statik im Versicherungsmodell, vorzeitige Prämienzahlung.*

Diese Ergebnisse sind in Tabelle 2.2 für die vorzeitige Prämienzahlung und in Tabelle 2.3 für das Modell der späteren Prämienzahlung aufgeführt. Weiterhin verdeutlichen diese Übersichten, dass Sparen und Versicherung nicht pauschal als Substitute betrachtet werden können. Vielmehr kommt es auf den Zeitpunkt der Prämienzahlung und auf die jeweilige Fragestellung an. Ist beispielsweise das Loading sehr klein, dann sind Sparen und Versicherung bei Prämienzahlung in Periode 2 Substitute im Marschall'schen Sinne. Nicht jedoch im Modell mit vorzeitiger Prämienzahlung.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil der Ausarbeitung befasst sich mit der Frage, ob die Möglichkeit zu sparen Versicherung vom Markt verdrängen kann. Die Antwort darauf ist wiederum abhängig vom Zeitpunkt der Prämienzahlung. Sparen verdrängt Versicherung vom Markt, wenn die Prämie vorzeitig bezahlt wird oder wenn DARA-Präferenzen vorliegen und die Prämie in Periode 2 bezahlt wird. Das macht deutlich, dass Versiche-

$A'(C) < 0$		$A'(C) = 0$		$A'(C) > 0$	
$\frac{\partial S}{\partial \pi} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} = ?$	$\frac{\partial S}{\partial \pi} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial \pi} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \pi} < 0$
$\frac{\partial S}{\partial Y_2} < 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_2} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial Y_2} < 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_2} = 0$	$\frac{\partial S}{\partial Y_2} < 0$	$\frac{\partial I}{\partial Y_2} > 0$
$\frac{\partial S}{\partial \lambda} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} = S_- + E_+$	$\frac{\partial S}{\partial \lambda} > 0$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0$	$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = S_- + E_+$	$\frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big|_{\lambda=0} > 0 \quad \frac{\partial I}{\partial \lambda}\Big|_{\lambda=0} < 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda}\Big|_{P=\bar{P}} < 0 \quad \frac{\partial I}{\partial \lambda}\Big|_{P=\bar{P}} = 0$$

$$u''' > 0: \quad \frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial \lambda} < 0$$

Tabelle 2.3: *Komparative Statik im Versicherungsmodell, spätere Prämienzahlung.*

rungsmodelle, die Sparen nicht in ihre Analyse einbeziehen, immer dann zu suboptimalen Versicherungshöhen führen, wenn nicht CARA-Präferenzen vorliegen. Das ist selbst dann der Fall, wenn das Individuum negative Ersparnisse realisieren möchte, aber keinen Kredit aufnehmen darf.

Diesbezüglich kann auch geklärt werden, welche Folgen eine Liquiditätsbeschränkung hat. Individuen, die einen Kredit aufnehmen möchten, dies aber nicht können, werden zu $S = 0$ gezwungen und reduzieren infolgedessen ihre Nachfrage nach Versicherung. Das Unterlassen des Kaufs einer Versicherung bewertet das Individuum als eine erweiterte Form der Kreditaufnahme. Das gilt auch für das Modell mit Prämienzahlung in Periode 2, sollte eine DARA-Nutzenfunktion vorliegen.

Es wird also deutlich, dass Aussagen bezüglich der Substituierbarkeit von Versicherung und Sparen in 2-Perioden Modellen in weiten Teilen nicht nur von den Präferenzen der Individuen abhängen, sondern auch vom Zeitpunkt der Prämienzahlung. Was ändert sich, wenn man die Anzahl der Perioden erhöht?

Die einfachste Form der Betrachtung wäre ein Modell, in welchem *einmal* im Leben *mit Sicherheit* ein Schaden eintritt, aber unsicher ist, *wann* das passiert. Dann würde nur eine aktuarisch faire Versicherung gekauft werden. Sollte der Kauf von Versicherungen jedoch ein Loading beinhalten, sind jene unattraktiv. Das Individuum kann den Schaden über die

Zeit diversifizieren, d.h. den auftretenden Verlust über eigene Ersparnisse auf mehrere Perioden verteilen [siehe dazu den Exkurs im Anhang].

Der realistischere Fall ist jedoch, dass der Eintritt des Risikos unsicher ist. Um hierfür die Diversifizierung über die Zeit diskutieren zu können, wird angenommen, dass zu Beginn von Periode 1 mit der Wahrscheinlichkeit π ein Schaden L eintritt. Das Individuum lebt T Perioden und kann das Risiko in Periode 1 gegen die Zahlung der Prämie $P = (1+\lambda)\pi I$ versichern. Das betrachtete Individuum sei risikoavers. Das exogene Einkommen Y ist in jeder Periode gleich hoch. Da Diskontrate und Zins gleich Null sind, ist bei sicher erwartetem Einkommen eine perfekte Konsumglättung optimal. Zur Bestimmung der optimalen Versicherungshöhe maximiert man den Erwartungsnutzen

$$\max_I \quad EU = T\left(\pi u\left(\frac{TY-L+I-P}{T}\right)+(1-\pi)u\left(\frac{TY-P}{T}\right)\right).$$

Die Bedingung erster Ordnung für die optimale Höhe der Versicherung I ist dann

$$\pi(1-(1+\lambda)\pi)u'\underbrace{\left(\frac{TY-L+I-P}{T}\right)}_{\equiv C_{L,T}}-(1-\pi)(1+\lambda)\pi u'\underbrace{\left(\frac{TY-P}{T}\right)}_{\equiv C_{N,T}}\stackrel{!}{=}0.$$

Um das Motiv der Zeitdiversifizierung zeigen zu können, nehme ich an, dass EU monoton in T ist, d.h. die Periodenlänge unendlich klein werden kann. Diese Annahme ermöglicht komparative Statik über T. Da $EU_{II} < 0$, ist für $\lambda > 0$ entsprechend dem impliziten Funktionentheorem

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial T} = &-\pi(1-(1+\lambda))\frac{u'(C_{L,T})}{EU_{II}}\frac{L-I}{T}\\ &-\pi(1-(1+\lambda))\frac{P}{T}u'(C_{L,T})\frac{\big(A(C_{N,T})-A(C_{L,T})\big)}{EU_{II}} < 0,\end{aligned}$$

falls DARA- oder CARA-Funktionen vorliegen. Der erste Term macht deutlich, dass das Individuum weniger Versicherung nachfragt, weil es den Schaden $L-I$ über alle Perioden hinweg diversifiziert. Das wegen des Versicherungszuschlags entstehende Restrisiko wird über die Lebensperioden hinweg verteilt. Je mehr Perioden das sind, desto geringer ist die Belastung pro Periode, so dass Versicherung immer weniger wichtig wird. Das Vorzeichen des zweiten Terms ist allerdings abhängig von der Präferenzfunktion des Individuums. Je größer T, desto geringer ist die Prämienbelastung pro Periode. Das Individuum

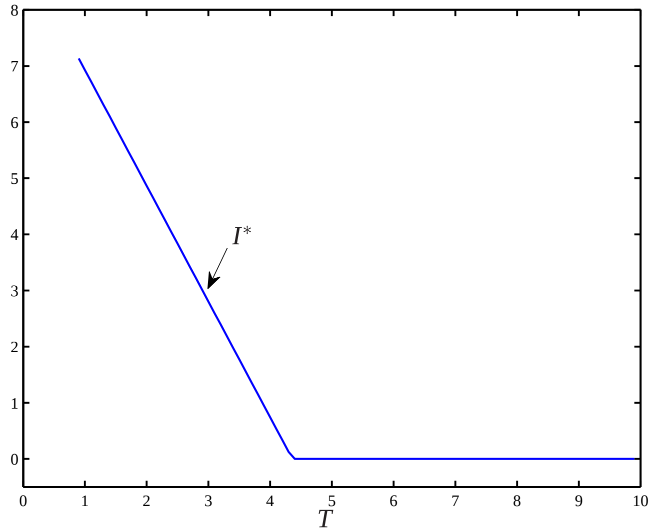


Abbildung 2.6: *Versicherung in Abhängigkeit vom Lebenshorizont.*

hat also in jeder Periode mehr Vermögen zur Verfügung. Wenn *IARA* vorliegt, dann wird das Individuum risikoaverser und kauft mehr Versicherung. Beim Vorliegen von DARA-Präferenzen sinkt die Risikoaversion und führt dazu, dass weniger Versicherung mit steigendem Zeithorizont T gekauft wird.

Eine Simulation des T-Perioden Modells basierend auf der DARA-Nutzenfunktion $u(c) = -C^{-1}$ und den Parametern $L = 7{,}5, \quad Y_1 = 10, \quad \lambda = 0{,}2 \quad$ und $\quad \pi = 0{,}5$ verdeutlicht den Zusammenhang. Abbildung 2.6 weist die optimale Wahl der Versicherungsdeckung für einen möglichen Schaden in Periode 1 in Abhängigkeit vom Zeithorizont T auf. Es wird deutlich, dass ein längerer Lebenshorizont zu einer geringeren Nachfrage nach Versicherung für das Risiko führt.

Diese Möglichkeit der Diversifizierung über die Zeit verschwindet jedoch, wenn das Individuum in Periode 1 liquiditätsbeschränkt ist, d.h. $S = 0$. Nun ist es nicht mehr möglich, zukünftiges Einkommen zu beleihen und den Konsum zu glätten.

Die Prämienzahlung sowie der eventuell eintretende Schaden müssen voll in Periode 1 finanziert werden, so dass eine vollständige Konsumglättung unmöglich ist. Die Zielfunktion heißt nun

$$EU = \pi u(Y - L + I - P) + (1 - \pi)u(Y - P) + u(Y)(T - 1).$$

Die Versicherungsnachfrage ist unabhängig von T. Der längere Zeithorizont hat keinen Einfluss auf die Höhe der Versicherung.

Im nächsten Abschnitt wird untersucht, inwiefern Risiko über die Zeit diversifiziert werden kann, wenn das Risiko, einen Schaden zu erleiden, nicht nur einmal im Leben, sondern in jeder Periode besteht. Dabei geht es wieder die grundsätzliche Frage, ob Versicherung durch individuelles Sparen ersetzt werden kann – über den Lebenszyklus hinweg. Intuitiv ist vorstellbar, dass ein längerer Zeithorizont die Bedeutung von Versicherung in den Hintergrund rückt und das Individuum Risiko über eigene Ersparnisse absichert bzw. eintretende Schäden über den Lebenshorizont hinweg diversifiziert. Dieser Zusammenhang wird im folgenden Abschnitt im Rahmen eines dynamischen Lebenszyklusmodells auch für den Fall bestehender Kreditrestriktionen untersucht.

2.3 Entscheidungen bei langem Zeithorizont

2.3.1 Einleitung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde untersucht, wie ein Individuum seinen Konsum über zwei Perioden hinweg aufteilt, wenn in Periode 2 ein Risiko existiert, welches gegen die Zahlung eines Versicherungsaufschlages versicherbar ist. Es wurde deutlich, dass die genaue Gestaltung der Präferenzen, der Zeitpunkt der Prämienzahlung und eine mögliche Liquiditätsbeschränkung Einfluss auf die Spar- und Versicherungsentscheidung haben können. In diesem Abschnitt wird nun untersucht, welche Entscheidungen rationale Individuen über den Lebenszyklus hinweg treffen.

Lebenszyklusmodelle der Portfoliotheorie kommen zum Ergebnis, dass Individuen ihre Risiken über die Zeit diversifizieren. Sie nehmen heute ein Risiko in Kauf und verteilen einen Schock auf das Vermögen, indem sie ihren Konsumplan entsprechend anpassen. Tritt das Risiko nur einmal im Leben ein, dann ist die Risikotoleranz, definiert als die inverse der absoluten Risikoaversion $T = 1/A = -u'/u''$, gegenüber einem kleinen Risiko proportional zum Zeithorizont [siehe dazu Gollier (2001), Gleichung (15.12)]. Jüngere Menschen sind also ceteris paribus gewillter, Risiko zu übernehmen, sofern in jeder Periode exogenes Einkommen erzielt werden kann.

Doch wie verhält sich dieser Zusammenhang, wenn Risiken nicht nur einmal im Leben bestehen, sondern ständig wiederkehren? Aus der Portfolio-Theorie ist bekannt, dass die Risikotoleranz von Jüngeren nur dann geringer (oder höher) ist, wenn die absolute Toleranz $T(W) = -u'(W)/u''(W)$ konvex (konkav) im Vermögen W ist. Liegen HARA-Präferenzen mit linearer Toleranz vor, dann bleibt die Risikotoleranz gleich, d.h. der Zeithorizont hat keinen Einfluss auf das Ausmaß des Vermögensanteils, der in Risiko investiert wird.[5] Samuelson (1969) macht das für CRRA-Präferenzen[6] deutlich. Er zeigt, dass die optimale Anlageentscheidung zu jedem Zeitpunkt mittels einperiodiger Betrach-

[5] HARA beschreibt Nutzenfunktionen mit einer harmonischen absoluten Risikoaversion: die Inverse der absoluten Risikoaversion, d.h. die absolute Risikotoleranz $1/A(W)$, ist linear im Vermögen. Spezialfälle von HARA-Nutzenfunktionen sind z.B. CRRA- oder CARA-Präferenzen sowie die quadratische Nutzenfunktion.

[6] Das Arrow-Pratt-Maß der relativen Risikoaversion ist $R(W) = WA(W)$. CRRA-Nutzenfunktionen („Constant Relative Risk Aversion“) mit $R'(W) = 0$ implizieren DARA-Präferenzen.

tungen bestimmt werden kann. Solch ein myopisches Entscheidungsverhalten führt zur optimalen Lösung des Problems. Man nennt dies myopisch, weil sich die optimale Anlagestrategie aus einperiodigen Entscheidungen ergibt, wobei in jeder Periode so gehandelt wird, als wäre sie die einzige. Eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Anwendbarkeit dieser Strategie ist nach Mossin (1968b),

$$T(W) = -u'(W)/u''(W) = b \times W,$$

wobei b eine Konstante ist. Das ist bei CRRA-Nutzenfunktionen per definitionem erfüllt. Wird von einer gleich und unabhängig verteilten Rendite und einem konstanten Zins ausgegangen, folgt eine in allen Perioden identische optimale Anlagestrategie. Hier wird zu jedem Zeitpunkt ein konstanter Anteil des aggregierten Vermögens in Risiko investiert. Da das aggregierte Vermögen über das Leben abnimmt, sinkt der absolute Betrag, den ein Individuum in riskante Anlagen tätigt.[7]

Im weiteren Verlauf soll untersucht werden, ob diese Erkenntnis auch auf die Versicherungsnachfrage zutrifft, wenn der exogen gegebene Schock gegen einen Versicherungsaufschlag versicherbar ist. Es steht die Frage im Vordergrund, welche Auswirkungen ständig wiederkehrende Risiken auf die Versicherungs- und Sparentscheidung über das Leben hinweg haben und ob Versicherung durch Sparen substituiert werden kann.

Grundlage dafür ist die Arbeit von Gollier (2003). Er untersucht in einem dynamischen Lebenszyklusmodell die Substituierbarkeit von Versicherung durch Ersparnisse und zeigt, dass im dynamischen Kontext weniger Versicherung nachgefragt wird als im 2-Perioden-Modell. Daraus kann man schließen, dass eine Diversifizierung über die Zeit tatsächlich stattfindet. Seine Arbeit basiert auf der sog. Buffer-Stock-Saving-Theorie. Solche Modelle analysieren, wie der Konsum angesichts unsicherer Einkommensschwankungen verläuft. Die Entscheidung darüber hängt vor allem von folgenden Annahmen ab:

- **Präferenzen:** Prudente Individuen ($u''' > 0$) reagieren auf ein zukünftiges Risiko mit höheren Ersparnissen [siehe dazu z.B. Zeldes (1989) oder Kimball (1990)]. Deaton (1991) zeigt, dass der Vorsichtssparbetrag umso höher ist, je prudenter die Individuen sind und je unsicherer das unabhängig identisch verteilte Einkommen ist.

[7] Merton (1969) und Samuelson (1989) zeigen, dass das auch für den zeitstetigen Fall gilt.

- **Liquiditätsbeschränkung:** Neben dem Sparen zu Konsumglättungszwecken wird Vermögen aufgebaut, um gegen unsichere Einkommensschwankungen einen Puffer zu bilden. Dieses Puffer-Sparen wird verstärkt, wenn Individuen nicht in der Lage sind, Kredite aufzunehmen, da sich dadurch die Möglichkeit reduziert, den Konsum zu glätten. Das Risiko, liquiditätsbeschränkt zu sein bzw. sich nicht frei auf dem Kapitalmarkt bewegen zu können, stellt deshalb ein weiteres Sparmotiv dar [siehe Gollier (2001), Seite 270]. Dieses zusätzliche Sparen reduziert die Wahrscheinlichkeit einer in Zukunft bindenden Liquiditätsbeschränkung und ermöglicht eine stärkere Konsumglättung im Vergleich zum Einkommen. Erst wenn das Vermögen aufgebraucht ist, entspricht das Konsumniveau dem aktuellen Einkommen [siehe Deaton (1991, 1992a, 1992b)].

  Unterliegen Individuen einer solchen Restriktion, dann ist Vorsichtssparen fast nicht vom Verhalten infolge der Annahme einer Liquiditätsbeschränkung zu trennen. Das Motiv des Vorsichtssparens induziert eine selbst auferlegte Zurückhaltung gegenüber der Aufnahme von Krediten. Carroll (2001, Seite 32) schreibt:

  > „Precautionary Saving is in essence like a self-imposed, 'smoothed' liquidity constraint. The precautionary saving motive can generate behavior that is virtually indistinguishable from that generated by a liquidity constraint, because the precautionary saving motive essentially induces self-imposed reluctance to borrow (or to borrow too much)."

- **Ungeduld:** Der mit einer risikolosen Kapitalanlage zu erzielende Zins ist niedriger als die Diskontrate des Individuums. Ohne Unsicherheit würde der Konsum über den Lebenszyklus hinweg sinken. Das Individuum verzichtet auf den durch Ersparnisse zu erzielenden Zins, um von heutigem Konsum profitieren zu können. Wenn Einkommen unsicher ist, sorgt die zusätzliche Annahme der Prudenz dafür, dass das Individuum entsprechend dem Motiv des Vorsichtssparens mehr spart. Weil ärmere Individuen weniger in der Lage sind, Einkommensschocks zu ertragen, erhöht sich die Sparanstrengung umso mehr, je geringer das Vermögen ist. Das bedeutet, dass Individuen Vermögen aufbauen werden, obwohl die Annahme der Ungeduld eher für einen Abbau des Vermögens sprechen würde. Diese gegenläufigen Effekte beschreiben eine bestimmte Vermögenshöhe („target"). Ist das Vermögen höher, überwiegt das Motiv der Ungeduld, so dass Vermögen abgebaut wird. Vermögen, das unterhalb dieses „target"-Vermögens liegt, wird durch Ersparnisse aufgebaut.

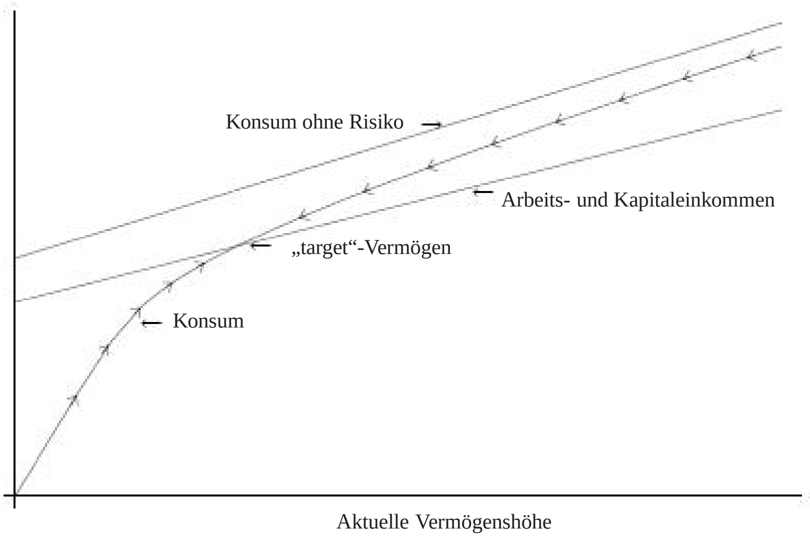


Abbildung 2.7: *Konsumfunktion im Buffer-Stock-Saving-Modell.*

Quelle: *Carroll und Kimball (2008), Abbildung 2.*

Dies definiert den sogenannten Pufferbestand an Ersparnissen, den „buffer stock of precautionary wealth“. Die Existenz einer solchen Zielrate von Konsum zu Endvermögen wird bereits von Carroll (1997) und für den stetigen Fall von Toche (2005) diskutiert.[8] Carroll und Kimball (2008) erläutern den Pufferbestand an Ersparnissen anhand von Abbildung 2.7.

Dass das Individuum ungeduldig ist, erkennt man an der Geraden, die den Konsumverlauf bei sicherem Einkommen charakterisiert. Sie liegt in jedem Punkt über der Geraden „Arbeits- und Kapitaleinkommen“. Ein ungeduldiges Individuum würde ohne Risiko immer mehr konsumieren. Die Differenz zwischen der Konsumgerade ohne Risiko und mit Risiko kennzeichnet den Vorsichtssparbetrag. Der Schnittpunkt zwischen Arbeits- und Kapitaleinkommensgeraden und Konsum definiert den Zielpunkt des Pufferbestandes, die Pfeile charakterisieren die Dynamik. Liegt das Vermögen unterhalb dieses Punktes, dann wird das Individuum sparen, um das Ziel zu erreichen. Umgekehrt wird es sich entsparen, wenn das Vermögen über dem Zielwert liegt.[9]

[8] Empirische Arbeiten wie z.B. Carroll und Samwick (1997, 1998), Attanasio (1995) bestätigen ein solches Verhalten von Individuen.

[9] Carroll (2004) beweist, dass es genau einen Schnittpunkt zwischen Arbeits- und Kapitaleinkommen und Konsum bei Unsicherheit gibt.

Gollier vereinigt diese Attribute und erweitert die bestehenden Modelle um die Möglichkeit der Absicherung des Risikos durch den Kauf einer unfairen Versicherung. Für den unendlichen Zeithorizont wird deutlich, dass Sparen und Versicherung nicht-perfekte Substitute sind. Vor allem derjenige wird Versicherung nachfragen, der in der Vergangenheit häufiger Schäden erleiden musste oder sich nahe an der Liquiditätsbeschränkung befindet. Vermögendere Individuen haben eher die Möglichkeit, Risiken über die Zeit zu diversifizieren und kaufen deshalb keine Versicherung mehr. In seiner Simulation wird außerdem deutlich, dass Versicherung umso höher ist, je geduldiger ein Individuum und je geringer das Loading.[10]

Um die Lösung für IARA- und CARA-Präferenzen sowie für nicht-liquiditätsbeschränkte Individuen, unterstützt von analytischen Beweisen, darstellen und diskutieren zu können, wird das Modell von Gollier repliziert und um diese Punkte erweitert. Ziel der Analyse ist es vor allem, Entscheidungen des Individuums über den Lebenszyklus hinweg für verschiedene Klassen von Nutzenfunktionen zu analysieren.

Das kann z.B. im Bereich der Arbeitslosenversicherung relevant sein: Wie verändert sich die Versicherungs- und Sparentscheidung, wenn das Risiko ab einem gewissen Alter nicht mehr existiert, d.h. insbesondere wenn das Individuum in den Ruhestand geht? Darüber hinaus wird auch ein für die Krankenversicherung bedeutender Fall zu diskutieren sein. Charakteristisch für dieses Risiko kann sein, dass die Erkrankungswahrscheinlichkeit mit dem Alter zunimmt. Wie stark wird das Individiuum das Risiko dann über seinen Pufferbestand an Ersparnissen absichern wollen oder können?

Um diesen Fragen nachzugehen, wird im nächsten Abschnitt das Modell mit einigen analytischen Resultaten präsentiert. Nach einer ausführlichen Beschreibung der Simulationsmethodik werden die Ergebnisse anhand von Simulationsbeispielen besprochen. Im Anschluss steht die spezielle Frage der Arbeits- und Krankenversicherung im Fokus, bevor die Ergebnisse zusammengefasst werden.

[10] Gollier geht dabei hauptsächlich auf das Versicherungs-Rätsel („insurance puzzle“) ein: die Theorie kann nicht erklären, weshalb Individuen nicht bereit sind, mehr Risiko zu übernehmen. Diese Frage möchte ich jedoch hier nicht aufgreifen.

2.3.2 Ein Lebenszyklusmodell

Ich betrachte ein risikoaverses Individuum, dessen Ziel es ist, seinen Lebenserwartungsnutzen aus Konsum über den verbleibenden Lebenszeitraum von $t = 1$ bis T zu maximieren. Zu Beginn der Periode t hat das Individuum Vermögen W_t zur Verfügung, von welchem es den Betrag C_t konsumiert und den Rest zum Zinssatz r spart. Am Ende der Periode erhält es Arbeitseinkommen Y_t. Der Anteil l_t des Einkommens sei eine riskante Zufallsvariable mit Verteilung F_t, $l_t \sim F_t$, welche versicherbar ist. α_t sei der Anteil des möglichen Schadens $Y_t l_t$, der versichert wird. Damit ergibt sich folgende Entscheidungsabfolge:

$$W_t \quad \to \quad C_t \quad \to \quad Y_t \quad \to \quad \alpha_t \quad \to \quad l_t, \quad \forall \quad t = 1,\ldots,T.$$

Um den Anteil α_t des möglichen Schadens L_t absichern lassen zu können, zahlt das Individuum eine Prämie P_t in Höhe von

$$P_t = (1+\lambda_t)\alpha_t E_t(l_t),$$

wobei λ_t den Loadingfaktor beschreibt. Wird der Schaden $Y_t l_t$ realisiert, dann zahlt die Versicherung die Versicherungsdeckung $Y_t \alpha_t l_t$.

Das Individuum wählt einen zustandsabhängigen Konsumplan $\mathbf{C} = (C_1,\ldots,C_T)$ sowie einen Versicherungsplan $\alpha = (\alpha_1,\ldots,\alpha_T)$ aus dem Problem

$$\max_{\mathbf{C},\alpha} \quad E\left(\sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} u(C_t)\right)$$

wobei die Übergangsgleichungen

$$\begin{aligned} W_{t+1} &= r(W_t - C_t) + Y_t(1-(1-\alpha_t)l_t - (1+\lambda_t)\alpha_t E_t(l_t)), \\ Y_t &= \gamma_t Y_{t-1}, \end{aligned}$$

erfüllt sein müssen. W_{t+1} beschreibt die Höhe des Vermögens zu Beginn der nächsten Periode, γ_t das Lohnwachstum in Periode t und β den Diskontfaktor. Die Übergangsgleichungen können mit $w_t = W_t/Y_t$ und $c_t = C_t/Y_t$ umgeformt werden zu:

$$w_{t+1} = r\frac{w_t - c_t}{\gamma_t} + \frac{1-(1-\alpha_t)l_t - (1+\lambda_t)\alpha_t E_t(l_t)}{\gamma_t}.$$

Das Problem kann nun in rekursiver Form geschrieben werden als

$$v_t(w_t) = \max_{\alpha_t, c_t} \left\{ \underbrace{u(c_t) + \beta E_t \left(v_{t+1} \left(r \frac{w_t - c_t}{\gamma_t} + \frac{1 - (1-\alpha_t) l_t - (1+\lambda_t) \alpha_t E_t(l_t)}{\gamma_t} \right) \right)}_{\equiv \mathcal{E}\,\mathcal{U}_t} \right\}. \tag{2.32}$$

$\mathcal{E}\,\mathcal{U}_t$ bezeichnet dabei den zu maximierenden Erwartungsnutzen in Periode t. Im Prinzip definiert $v_t(w_t)$ die Funktionen $\mathbf{c}_t(w_t)$ und $\alpha_t(w_t)$, die das optimale Konsumniveau sowie die Versicherungsdeckung in Periode t für ein gegebenes Niveau von Ressourcen w_t beschreiben.

Die Bedingung erster Ordnung für den optimalen Konsum c_t ist

$$u'(c_t) = \beta E \left(v'_{t+1}(w_{t+1}) \frac{r}{\gamma_t} \right). \tag{2.33}$$

Aus dem Envelope-Theorem folgt

$$v'_t(w_t) = \beta E \left(v'_{t+1}(w_{t+1}) \frac{r}{\gamma_t} \right),$$

so dass

$$\begin{aligned} u'(c_t) &= v'_t(w_t) \quad \text{und} \\ u'(c_{t+1}) &= v'_{t+1}(w_{t+1}) \end{aligned} \tag{2.34}$$

ist. In Gleichung (2.33) eingesetzt, folgt daraus die Eulergleichung für den Konsum

$$u'(c_t) = \beta E \left(u'(c_{t+1}) \frac{r}{\gamma_t} \right). \tag{2.35}$$

Die Bedingung erster Ordnung für α_t ist

$$\beta E \left(v'_{t+1}(w_{t+1}) \frac{l_t - (1+\lambda) E(l_t)}{\gamma_t} \right) = 0. \tag{2.36}$$

Die Lösung $(\alpha^*, \mathbf{C}^*)$ stellt mit $v'_t > 0$ und $v''_t < 0$ ein globales Maximum dar, da die Bedingung zweiter Ordnung erfüllt ist:

$$EU_{\alpha_t\alpha_t} < 0$$

$$|\mathcal{H}_{EU}| = EU_{\alpha_t\alpha_t} EU_{c_t c_t} - (EU_{\alpha_t c_t})^2 > 0.$$

Bevor ich das Problem simuliere, stelle ich einige analytische Ergebnisse dar.

2.3.2.1 Unfaire Versicherung erhöht die Ersparnisse

Ist $\lambda = 0$, dann ist (2.36) genau dann erfüllt, falls $\alpha_t = 1$. Vollversicherung ist optimal. Die optimale Sparhöhe $\hat{w}_t - \hat{c}_t = \hat{s}_t$ mit $\gamma_t = 1$ ergibt sich dann implizit aus (2.33)

$$-u'(w_t - s_t) + \beta r v'_{t+1}\big(rs_t + 1 - E_t(l_t)\big) = 0.$$

Das wird nun verglichen mit dem Fall $\lambda > 0$, bei welchem nur noch Teilversicherung $\alpha_t^* < 1$ optimal ist. Es wird dann mehr gespart werden als bei $\lambda = 0$, $s^* > \hat{s}$, falls

$$\frac{\partial v_t(w_t)}{\partial s_t}\Big|_{s_t=\hat{s}_t,\alpha_t=\hat{\alpha}_t(\hat{s}_t)} \geq 0,$$

mit

$$\frac{\partial v_t(w_t)}{\partial s_t} = -u'(w_t - s_t) + \beta r E\Big(v'_{t+1}\big(rs_t + 1 - (1-\alpha_t)l_t - \alpha_t(1+\lambda)E_t(l_t)\big)\Big).$$

Es ist also zu zeigen, dass

$$\begin{aligned} & E\Big(v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1-\hat{\alpha}_t)l_t - \hat{\alpha}_t(1+\lambda)E_t(l_t)\big)(l_t - (1+\lambda)E(l_t))\Big) = 0 \\ \Rightarrow & E\Big(v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1-\hat{\alpha}_t)l_t - \hat{\alpha}_t(1+\lambda)E_t(l_t)\big)\Big) \geq v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - E_t(l_t)\big) \end{aligned} \tag{2.37}$$

wobei $\hat{\alpha}$ die optimale Versicherungsnachfrage eines Individuums ist, das den Betrag $\hat{s}$ spart.

Gollier (2001, Kapitel 19) bespricht einen vergleichbaren Zusammenhang im Rahmen eines Portfolio-Modells mit Sparentscheidung. Um zu zeigen, wann die Investition in eine riskante Anlage die Sparentscheidung erhöht, bedient sich Gollier dem

> ***Diffidenz-Theorem:***[11]
> *Sei $\tilde{x}$ eine Zufallsvariable, die mit der Wahrscheinlichkeit 1 Werte in $[a,b]$ annimmt. Folgende Annahmen seien erfüllt:*
>
> - $\exists x_0 : f_1(x_0) = f_2(x_0) = 0$,
> - *f_1 und f_2 sind zweimal stetig differenzierbar,*
> - $f'(x_0) \neq 0$.
>
> *Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass*
>
> $$\forall \tilde{x} : \quad E(f_1(\tilde{x})) = 0 \quad \Rightarrow \quad E(f_2(\tilde{x})) \geq 0$$
>
> *gilt, ist*
>
> $$\forall x \in [a,b] : f_2(x) \geq \frac{f_2'(x_0)}{f_1'(x_0)} f_1(x).$$

[11] Siehe Gollier (2001, Kapitel 6).

Mit Hilfe dieses Diffidenz-Theorems wird nun gezeigt werden, wann eine unfaire Versicherung die Ersparnisse erhöht.

(2.37) ist für $v'' < 0$ insbesondere dann erfüllt, falls

$$\begin{aligned} & E\Big(v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1-\hat{\alpha}_t)l_t - \hat{\alpha}_t(1+\lambda)E_t(l_t)\big)\big(l_t - (1+\lambda)E(l_t)\big)\Big) = 0 \\ \Rightarrow\quad & E\Big(v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1-\hat{\alpha}_t)l_t - \hat{\alpha}_t(1+\lambda)E_t(l_t)\big)\Big) \geq v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1+\lambda)E_t(l_t)\big) \end{aligned} \tag{2.38}$$

ist, da $v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - (1+\lambda)E_t(l_t)\big) > v'_{t+1}\big(r\hat{s}_t + 1 - E_t(l_t)\big)$.

Um die Gültigkeit der Beziehung (2.38) mit $\tilde{x} = \tilde{l}_t$ zu zeigen, sei nun

$$\begin{aligned} f_1(l_t) &\equiv v'_{t+1}\big(z - (1-\alpha_t^*)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big)\big(l_t - (1+\lambda)E(l_t)\big) \quad \text{und} \\ f_2(l_t) &\equiv v'_{t+1}\big(z - (1-\alpha_t^*)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big) - v'_{t+1}(z) \end{aligned}$$

mit $z \equiv r\hat{s}_t + 1 - (1+\lambda)E(l_t)$.

Es gibt mit $x_0 \equiv l_0 = (1+\lambda)E(l_t)$ ein I_0, so dass $f_1(l_0) = f_2(l_0) = 0$. Außerdem ist

$$\begin{aligned} f_1'(l_0) &= v'_{t+1}(z) \neq 0, \\ f_2'(l_0) &= -(1-\alpha_t)v''_{t+1}(z) \neq 0 \end{aligned}$$

(2.38) gilt entsprechend dem Diffidenz-Theorem, falls $\forall\ l_t$ gilt

$$\begin{aligned} & v'_{t+1}\big(z - (1-\hat{\alpha}_t)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big) - v'_{t+1}(z) \\ & \quad \geq -(1-\hat{\alpha}_t)\frac{v''_{t+1}(z)}{v'_{t+1}(z)}v'_{t+1}\big(z - (1-\hat{\alpha}_t)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big)\big(l_t - (1+\lambda)E(l_t)\big) \end{aligned}$$

Dividieren durch $v'_{t+1}\big(z - (1-\hat{\alpha}_t)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big)v'_{t+1}(z)$ führt zu

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v'_{t+1}(z)} - \frac{1}{v'_{t+1}\big(z - (1-\hat{\alpha}_t)(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t))\big)} \\ & \qquad \geq -\frac{v''_{t+1}(z)}{(v'_{t+1}(z))^2}(1-\hat{\alpha}_t)\big(l_t - (1+\lambda)E(l_t)\big). \end{aligned}$$

Mit $h(z) \equiv 1/v'_{t+1}(z)$ wird das zu

$$-h(z) + h\Big(z - (1-\hat{\alpha}_t)\big(l_t - (1+\lambda)E_t(l_t)\big)\Big) \leq h'(z)(1-\hat{\alpha}_t)\big(l_t - (1+\lambda)E(l_t)\big).$$

Diese Ungleichung ist genau dann erfüllt, falls $h(z)$ konkav ist, d.h.

$$\begin{aligned} h''(z) = -\frac{v'''_{t+1}(z)}{(v'_{t+1}(z))^2} + \frac{(v''_{t+1}(z))^2}{(v'_{t+1}(z))^3} \leq 0 \\ \Leftrightarrow \quad -\frac{v'''_{t+1}(z)}{v''_{t+1}(z)} \geq -2\frac{v''_{t+1}(z)}{v'_{t+1}(z)} \\ \Leftrightarrow \quad P_v(z) \geq 2A_v(z), \end{aligned}$$

wobei $P_v(z) = -v'''_{t+1}(z)/v''_{t+1}(z)$ das Maß der absoluten Prudenz beschreibt. Es wurde von Kimball (1990) als Maß für die Stärke des Vorsichtssparenmotivs eingeführt. Je höher P, desto mehr wird ein Individuum sparen, um sich gegen zukünftiges Risiko abzusichern. Das Individuum muss im hier betrachteten Versicherungsmodell ausreichend prudent sein, d.h. $P_v(z)$ muss größer sein als $2A_v(z)$, um mehr zu sparen, wenn die Versicherung unfair ist und deshalb in Zukunft ein Restrisiko besteht.

Diese Bedingung ist für CARA- und IARA-Nutzenfunktionen nicht erfüllt. Liegt DARA vor, dann gilt $P \geq 2A$ falls die relative Risikoaversion größer ist als 1. Der Kauf von Teilversicherung führt dann zu mehr Sparen; der Vorsichtsspareneffekt ist stärker als der Konsumglättungseffekt. Im 2-Perioden-Modell genügte die Annahme $u''' > 0$, um zu zeigen, dass das Individuum mehr spart als bei einer fairen Versicherung [siehe Seite 32]. Prudenz ist im dynamischen Kontext hingegen nur noch eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung mehr. Das führt zu der

Folgerung 2.14 *Vorsichtssparen findet auch im dynamischen Kontext statt: Wegen des durch den Kauf einer Teilversicherung entstehenden Restrisikos spart das Individuum mehr, falls das Maß der absoluten Prudenz höher ist als das Doppelte der absoluten Risikoaversion, bzw. falls die relative Risikoaversion größer ist als* 1.

2.3.3 Komparative Statik über das Vermögen

Vereinfachend wird angenommen, dass es kein Lohnwachstum gibt ($\gamma_t = 1$), das Loading immer gleich hoch ist, d.h. $\lambda_t = \lambda \; \forall t$ und sich die Verteilung des Schadens über die Zeit nicht ändert. Der Schaden $l_t = L \; \forall t$ trete mit der Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ ein.

Entsprechend dem impliziten Funktionentheorem ist dann

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial w_t}|\mathcal{H}_{EU}| = \beta r(1+\lambda)(1-\pi)\pi L u''(c_t)v'_{t+1}(w^N_{t+1})\left(-\frac{v''_{t+1}(w^L_{t+1})}{v'_{t+1}(w^L_{t+1})} + \frac{v''_{t+1}(w^N_{t+1})}{v'_{t+1}(w^N_{t+1})}\right)$$

mit

$$\begin{aligned} w^N_{t+1} &= r(w_t - c_t) + 1 - (1+\lambda)\alpha_t \pi L, \\ w^L_{t+1} &= r(w_t - c_t) + 1 - (1-\alpha_t)L - (1+\lambda)\alpha_t \pi L. \end{aligned}$$

Abhängig von den Präferenzeigenschaften der Wertefunktion v_t sinkt oder steigt der Versicherungsschutz mit zunehmendem Vermögen:

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial w_t} \begin{cases} > 0, & \text{falls } A'_{v_t}(w) > 0, \\ = 0, & \text{falls } A'_{v_t}(w) = 0, \\ < 0, & \text{falls } A'_{v_t}(w) < 0, \end{cases} \tag{2.39}$$

für $v'_t > 0$ und $v''_t < 0$.

Die Veränderung des Konsums bezüglich des Vermögens ist eindeutig positiv,

$$\frac{\partial c_t}{\partial w_t}|\mathcal{H}_{EU}| = \beta^2 r^2 \pi(1-\pi)v''_{t+1}(w^N_{t+1})v''_{t+1}(w^L_{t+1})L^2 > 0, \tag{2.40}$$

ebenso wie die Veränderung der Ersparnisse $s_t = w_t - c_t$

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_t}{\partial w_t}|\mathcal{H}_{EU}| = {} & \beta u''(C_1) \\ & \times \left(\pi v''_{t+1}(w^L_{t+1})(L-(1+\lambda\pi L))^2 + (1-\pi)v''_{t+1}(w^L_{t+1})(1+\lambda)^2\pi^2 L^2\right) > 0. \end{aligned} \tag{2.41}$$

Tritt aktuell kein Schaden ein, dann ist das Vermögen zu Beginn der nächsten Periode höher. Dieser Vermögensanstieg führt erneut zu höherem Konsum und zu höheren Ersparnissen. Im Falle von DARA wird das Individuum weniger risikoavers und reduziert seine Versicherungsnachfrage. Weist die indirekte Nutzenfunktion IARA-Eigenschaften auf, dann steigt die Risikoaversion mit höherem Vermögen. Das Individuum wird mehr Versicherung kaufen. Analog dazu ändert sich im CARA-Fall die Versicherungsnachfrage nicht. Es hängt also von den Präferenzeigenschaften der indirekten Nutzenfunktion ab, ob Versicherung und Sparen Substitute oder Komplemente sind.

Folgerung 2.15 *Je höher das Vermögen, desto mehr wird ein Individuum konsumieren und sparen. Die Reaktion der Versicherungsnachfrage auf höheres Vermögen ist präferenzabhängig: Wenn DARA-, CARA- oder IARA-Präferenzen vorliegen, dann sinkt, bleibt oder fällt die Nachfrage nach Versicherung mit zunehmendem Vermögen.*

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, dass die indirekte Nutzenfunktion die Präferenzeigenschaften des Individuums übernimmt, wenn CRRA-Präferenzen vorliegen.

2.3.4 Lösung für CRRA-Nutzenfunktionen

Die Gleichungen (2.36) und (2.33) können für die CRRA-Nutzenfunktion

$$u(c) = \frac{1}{1-\gamma} c^{1-\gamma}$$

analytisch gelöst werden, wenn man die Existenz eines inneren Optimums voraussetzt. Gollier (2001) zeigt das für ein Portfoliomodell mit Sparentscheidung. Die Analogie zum Modell unfairer Versicherung macht es möglich, für das hier dargestellte Modell eine Lösung anzubieten.

Die Konstanten a_t, b_t und ε_t seien durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$\begin{aligned}
&E\left((1+(a_t-1)(l_t-(1+\lambda)E(l_t)))^{-\gamma}(l_t-(1+\lambda)E(l_t))\right) = 0,\\
&b_t = E\left((1+(a_t-1)(l_t-(1+\lambda)E(l_t)))^{-\gamma}\right),\\
&\varepsilon_t = (\rho r^{1-\gamma} b_t)^{1/\gamma} > 0.
\end{aligned}$$

Durch Einsetzen und Umformen kann leicht gezeigt werden, dass die Bedingungen (2.36) und (2.33) erfüllt sind, wenn

$$c_t = \frac{1}{H_{t+1}\varepsilon_t + 1}(w_t + k_t) \tag{2.42}$$

$$\alpha_t = (a_t - 1)\frac{H_{t+1}\varepsilon_t}{H_{t+1}\varepsilon_t + 1} r(w_t + k_t) + 1 \tag{2.43}$$

für $k_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} r^{t-\tau}(1-(1+\lambda)E(l_t))$.

Es sei

$$v_t(w_t) = H_t^{\gamma}\left(\frac{w_t + k_t}{1-\gamma}\right)^{1-\gamma}$$

die Lösung der Wertefunktion v_t.

Die Bedingung erster Ordnung für die Nachfrage nach Konsum,

$$\begin{aligned}
&\beta E\left(v'_{t+1}(w_{t+1})r\right) \\
&\quad = \beta r H^{\gamma}_{t+1} E\left(\left(w_{t+1}+k_{t+1}\right)^{-\gamma}\right) \\
&\quad = \beta r H^{\gamma}_{t+1}\left(r\frac{H_{t+1}\varepsilon_t}{H_{t+1}\varepsilon_t+1}\right)^{-\gamma}(w_t+k_t)^{-\gamma}E\left(\left(1+(a_t-1)\big(l_t-(1+\lambda(l_t))\big)\right)^{-\gamma}\right) \\
&\quad = \left(\frac{1}{H_{t+1}\varepsilon_t+1}(w_t+k_t)\right)^{-\gamma} \\
&\quad = u'(c_t),
\end{aligned}$$

sowie die Bedingung erster Ordnung für die Versicherungsnachfrage,

$$\begin{aligned}
&\beta E\left(v'_{t+1}(w_{t+1})\big(l_t-(1+\lambda)E(l_t)\big)\right) \\
&\quad = \beta r H^{\gamma}_{t+1} E\left(\left(w_{t+1}+k_{t+1}\right)^{-\gamma}\big(l_t-(1+\lambda)E(l_t)\big)\right) \\
&\quad = E\left(\left(1+(a_t-1)\big(l_t-(1+\lambda(l_t))\big)\right)^{-\gamma}\big(l_t-(1+\lambda)E(l_t)\big)\right) \\
&\qquad\quad \times\left(r\frac{\varepsilon_t}{H_{t+1}\varepsilon_t+1}\right)^{-\gamma}(w_t+k_t)^{-\gamma} \\
&\quad = 0
\end{aligned}$$

ist dann erfüllt.

q.e.d.

Diese Lösungen in die Bellman-Gleichung eingesetzt, ergibt

$$v_t(w_t) = (H_{t+1}\varepsilon_t+1)^{\gamma} u(w_t+k_t),$$

wobei $H_t = H_{t+1}\varepsilon_t + 1$. Das bedeutet, dass die triviale Lösung

$$v_t(w_t) = H_t^{\gamma}\left(\frac{w_t+k_t}{1-\gamma}\right)^{1-\gamma}$$

für $H_1, H_2, H_3, \ldots H_{T-1}, H_T = 1$ ein Optimum darstellt.

Dies zeigt inbesondere, dass die Wertefunktion v_t dieselben Eigenschaften gegenüber dem Risiko hat wie die Nutzenfunktion u, da v_t eine lineare Transformation von u ist. Der verbleibende Zeithorizont hat also keinen Einfluss auf die Risikoaversion des Individuums.

Folgerung 2.16 *Liegt CRRA vor, dann ändert sich die Risikoaversion des Individuums mit dem Alter nicht.*

Dass es keine Beziehung zwischen Alter und Risikoübernahme im CRRA-Fall gibt, zeigt schon Samuelson (1969) in einem Konsum-Portfolio-Modell. Er widerlegt damit die plausibel erscheinende Hypothese, dass jüngere Investoren mehr Risiko übernehmen, weil sie weniger risikoavers sind. Ein sich über mehrere Perioden hinweg wiederholendes Investment hat nicht zur Folge, dass das Risiko mit zunehmendem Alter überproportional reduziert wird.

Das gilt, wie hier dargestellt wurde, auch für die Konsum-Versicherungsentscheidung, wenn Versicherung unfair ist. Die Formel (2.43) macht deutlich, dass der Anteil des Schadens, den das Individuum selbst trägt, $\alpha_t - 1$, ein konstanter Anteil $a_t - 1$ dieses Vermögens ist. $w_t + k_t$ beschreibt das aggregierte Vermögen zum Zeitpunkt $t+1$ beim Kauf von Vollversicherung, bestehend aus dem Vermögen zu diesem Zeitpunkt plus zukünftigem Einkommen abzüglich der Prämienzahlung für Vollversicherung.

Ändert sich die Verteilung des Schadens über die Zeit nicht, gilt

$$\varepsilon_t = \varepsilon, \quad b_t = b \quad \text{und} \quad a_t = a \quad \forall t.$$

Dann ist

$$H_T = 1, \quad H_{T-1} = 1 + H_T\varepsilon = 1+\varepsilon, \quad H_{T-2} = 1 + H_{T-1}\varepsilon = 1+\varepsilon+\varepsilon^2$$

$$\Rightarrow H_{T-t} = \sum_{\tau=0}^{t} \varepsilon^\tau, \text{ bzw.} \quad H_t = \sum_{\tau=0}^{T-t} \varepsilon^\tau.$$

Daraus folgt

$$\frac{\partial c_{T-1}}{\partial w_{T-1}} = \frac{1}{1+\varepsilon} > \frac{1}{1+\varepsilon+\varepsilon^2} = \frac{\partial c_{T-2}}{\partial w_{T-2}} \tag{2.44}$$

und

$$\left|\frac{\partial \alpha_{T-1}}{\partial w_{T-1}}\right| = (1-a)\frac{(1+\varepsilon)\varepsilon}{(1+\varepsilon)\varepsilon+1} < (1-a)\frac{(1+\varepsilon+\varepsilon^2)\varepsilon}{(1+\varepsilon+\varepsilon^2)\varepsilon+1} = \left|\frac{\partial \alpha_{T-2}}{\partial w_{T-2}}\right|. \tag{2.45}$$

Eine Erhöhung des Vermögens um eine Einheit führt bei Älteren zu einem höheren Anstieg an Konsum und zu einer geringeren Reduktion von Versicherung im Vergleich zu Jüngeren.

Eine steilere Konsumfunktion bedeutet, dass $w_t - c_t = s_t$ zum Lebensende hin reduziert wird. Die Risikoübernahme $a_t - 1$ wird reduziert, so dass die Nachfrage nach Versicherung mit dem Alter steigt, da Ältere ein eintretendes Risiko schlechter über die verbleibende Zeit diversifizieren können als Jüngere.

Folgerung 2.17 *CRRA-Präferenzen führen dazu, dass mit zunehmendem Alter mehr Versicherung nachgefragt wird. Dies ist ein reiner Zeitdiversifizierungs-Effekt.*

2.3.5 Auswirkungen von Liquiditätsbeschränkungen

Um zu zeigen, welche Auswirkungen Kreditrestriktionen haben, wird angenommen, dass die Liquiditätsbeschränkung eines Individuums in der Periode $t+1$ bindet, d.h. hier ist $c_{t+1} = w_{t+1}$. Es gelte $c_{t+1} > w_{t+1}$, wenn die Liquiditätsbeschränkung aufgehoben würde. Ferner sei $s_t > 0$. Mit $\beta = r = 1$ ist die Eulergleichung (2.35) für den liquiditätsbeschränkten Fall (LB)

$$-u'(c_t^{LB}) + E\left(u'(w_{t+1})\right) \leq 0.$$

Für den nicht-liquiditätsbeschränkten Fall (NLB) ist

$$u'(c_t^{NLB}) = E\left(u'(c_{t+1})\right).$$

Da $c_{t+1} > w_{t+1}$ und $u'' < 0$ ist

$$E\left(u'(w_{t+1})\right) > E\left(u'(c_{t+1})\right),$$

so dass

$$u'(c_t^{LB}) \geq E\left(u'(w_{t+1})\right) > E\left(u'(c_{t+1})\right) = u'(c_t^{NLB})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & u'(c_t^{NLB}) < u'(c_t^{LB}) \\ \Leftrightarrow \quad & c_t^{NLB} = w_t - s_t^{NLB} > w_t - s_t^{LB} = c_t^{LB} \\ \Leftrightarrow \quad & s_t^{NLB} < s_t^{LB}. \end{aligned}$$

Die Möglichkeit, in Zukunft liquiditätsbeschränkt zu sein, führt bei einem risikoaversen Individuum zu höheren Sparanstrengungen. Wie die Versicherungsnachfrage auf die Liquiditätsbeschränkung reagiert, wird anhand der numerischen Simulation des Modells deutlich.

2.3.6 Simulationsmethodik des Modells

Nun sei eine eine Hilfsfunktion $\upsilon_t(s_t,\alpha_t)$ mit $s_t = w_t - c_t$ definiert, die am Ende der Periode t den Erwartungswert für die Folgeperiode $t+1$ für einen gegebenen Zustand beschreibt,[12]

$$\upsilon_t(s_t,\alpha_t) \equiv \beta E_t[v_{t+1}(w_{t+1})].$$

Die Ableitungen sind dann

$$\frac{\partial \upsilon_t}{\partial s_t} = \beta E\left(v'_{t+1}(w_{t+1})\frac{r}{\gamma_t}\right) \equiv \upsilon_t^{s_t}, \tag{2.46}$$

$$\frac{\partial \upsilon_t}{\partial \alpha_t} = \beta E\left(v'_{t+1}(w_{t+1})\frac{1}{\gamma_t}\left(l_t-(1+\lambda)E(l_t)\right)\right) \equiv \upsilon_t^{\alpha_t}, \tag{2.47}$$

so dass die Bedingungen erster Ordnung umgeschrieben werden können in

$$u'(c_t) = \upsilon_t^{s_t}(w_t - c_t,\alpha_t), \tag{2.48}$$

$$0 = \upsilon_t^{\alpha_t}(s_t,\alpha_t). \tag{2.49}$$

$$\tag{2.50}$$

Anwendung des Modells von Gollier (2003)

Im ersten Schritt wird der stochastische Prozess definiert, dem l_t unterliegt. Gollier (2003) folgend wird angenommen, dass der Schaden $l_t = L$ mit der Wahrscheinlichkeit π eintritt. Es gebe kein Einkommenswachstum, so dass $\gamma_t = 1$. Die Nutzenfunktion weist CRRA-Präferenzen auf,

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma},$$

wobei $\gamma \neq 1$ das Maß der relativen Risikoaversion nach Pratt (1964) beschreibt. Der Grenznutzen ist dann $u'(c) = c^{-\gamma}$, so dass die Ableitungen von $\upsilon_t(a_t,\alpha_t)$ mit (2.34) geschrieben werden können als

$$\upsilon_t^{s_t}(s_t,\alpha_t) = \beta E\left(u'(c_{t+1}(w_{t+1}))r\right),$$
$$\upsilon_t^{\alpha_t}(s_t,\alpha_t) = \beta E\left(u'(c_{t+1}(w_{t+1}))(l_t-(1+\lambda)E(l_t))\right),$$

12 Die Simulationsmethodik ist angelehnt an Carroll (2006) und Carroll (2009).

bzw.

$$\begin{aligned}
\upsilon_t^{s_t}(s_t,\alpha_t) &= \beta r\pi\Big(c_{t+1}\big(rs_t+1-L(1-\alpha_t)-(1+\lambda)\pi\alpha_t L\big)\Big)^{-\gamma} \\
&\quad + \beta r(1-\pi)\Big(c_{t+1}\big(rs_t+1-(1+\lambda)\pi\alpha_t L\big)\Big)^{-\gamma}, \\
\upsilon_t^{\alpha_t}(s_t,\alpha_t) &= \beta\pi\Big(c_{t+1}\big(rs_t+1-L(1-\alpha_t)-(1+\lambda)\pi\alpha_t L\big)\Big)^{-\gamma}\big(L-(1+\lambda)\pi L\big) \\
&\quad + \beta(1-\pi)\Big(c_{t+1}\big(rs_t+1-(1+\lambda)\pi\alpha_t L\big)\Big)^{-\gamma}\big(-(1+\lambda)\pi L\big).
\end{aligned}$$

Da das Programm diese Gleichungen für jede denkbare Kombination von $\{s_t,\alpha_t\}$ berechnen muss, ist die Nutzung dieser Gleichungen recht ineffizient. Deshalb wird eine Approximation dieser Ableitungen konstruiert, $\hat{\upsilon}_t^{s_t}(s_t,\alpha_t)$ und $\hat{\upsilon}_t^{\alpha_t}(s_t,\alpha_t)$.

Entsprechend (2.48) und (2.49) löst die numerische Simulation das Gleichungssystem

$$c_t^{-\gamma} = \hat{\upsilon}_t^{s_t}(w_t-c_t,\alpha_t), \tag{2.51}$$

$$0 = \hat{\upsilon}_t^{\alpha_t}(s_t,\alpha_t), \tag{2.52}$$

für eine Menge von möglichen w_t, die in einem Vektor $wVec = \{w_{1,t},w_{2,t},\ldots\}$ definiert sind. Dazu wird ein Gitter von möglichen Werten für die Sparhöhe im Zeitpunkt t, $sVec = \{s_{1,t},s_{2,t},\ldots\}$ festgelegt. Ist das Individuum liquiditätsbeschränkt, d.h. $c_t \leq w_t$, dann muss der niedrigste Wert in *sVec* Null sein. Gibt es keine Liquiditätsbeschränkung, dann wird *sVec* um den minimal möglichen Wert zukünftigen Einkommens erweitert [siehe dazu Carroll (2004)].

Für jeden Gitterpunkt in *sVec* berechne ich den Wert der Funktion

$$\upsilon_t^*(s_t) = \max_{\alpha_t} \quad \upsilon_t(s_t,\alpha_t)$$

unter der Vorgabe

$$0 \leq \alpha_t \leq 1.$$

Daraus folgt für jedes $s_{i,t}$ die optimale Versicherungsnachfrage $\alpha_{i,t}$. Die Liste der Werte

$$\big\{\{s_{1,t},\upsilon_{1,t}^{*,\alpha_t}(\alpha_t)\},\{s_{2,t},\upsilon_{2,t}^{*,\alpha_t}(\alpha_t)\},\ldots\big\}$$

liefert eine Interpolationsfunktion $\hat{\upsilon}_t^{*,\alpha_t}(\alpha_t)$, so dass mit der Bedingung erster Ordnung

$$\big(c_t(s_t)\big)^{-\gamma} = \hat{\upsilon}_t^{*,\alpha_t}(\alpha_t)$$

das optimale Konsumniveau $c_{i,t}$ für jeden Gitterpunkt $s_{i,t}$ berechnet werden kann. Da $s_t = w_t - c_t$ ist auch $c_{i,t} + s_{i,t} = w_{i,t}$. Die Menge von $[w_{i,t}; c_{i,t}]$-Paaren werden interpoliert, um die Konsumfunktion $\hat{\mathbf{c}}_t(w_t)$ sowie die Funktion der optimalen Versicherungsdeckung $\hat{\alpha}_t(w_t)$ zu erhalten.

Die Lösung dieses Problems für mehrere Perioden ergibt sich wie folgt: Ausgehend vom Konsumniveau in Periode T, wo $c_T(w_T) = w_T$ ist, wird entsprechend dem beschriebenen Verfahren $\hat{\mathbf{c}}_{T-1}(w_{T-1})$ und $\hat{\alpha}_{T-1}(w_{T-1})$ bestimmt. Über Rückwärtsrekursion bis zum Beginn des Lebens können die Konsumfunktionen für jede Periode t berechnet werden.

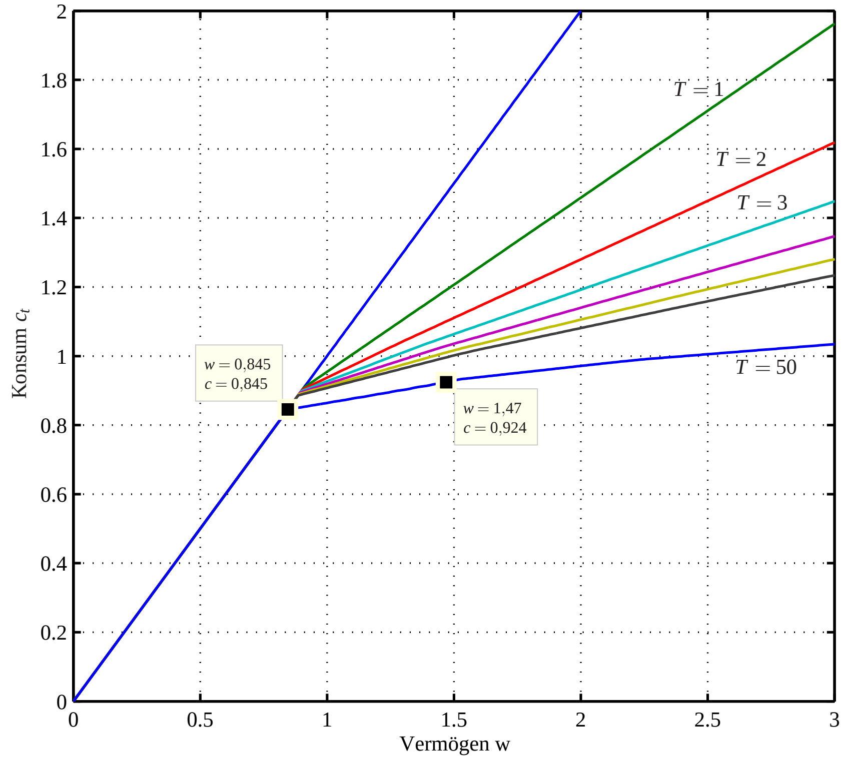
2.3.7 Simulationsergebnisse einer CRRA-Nutzenfunktion

Für die von Gollier (2003) benutzten Werte

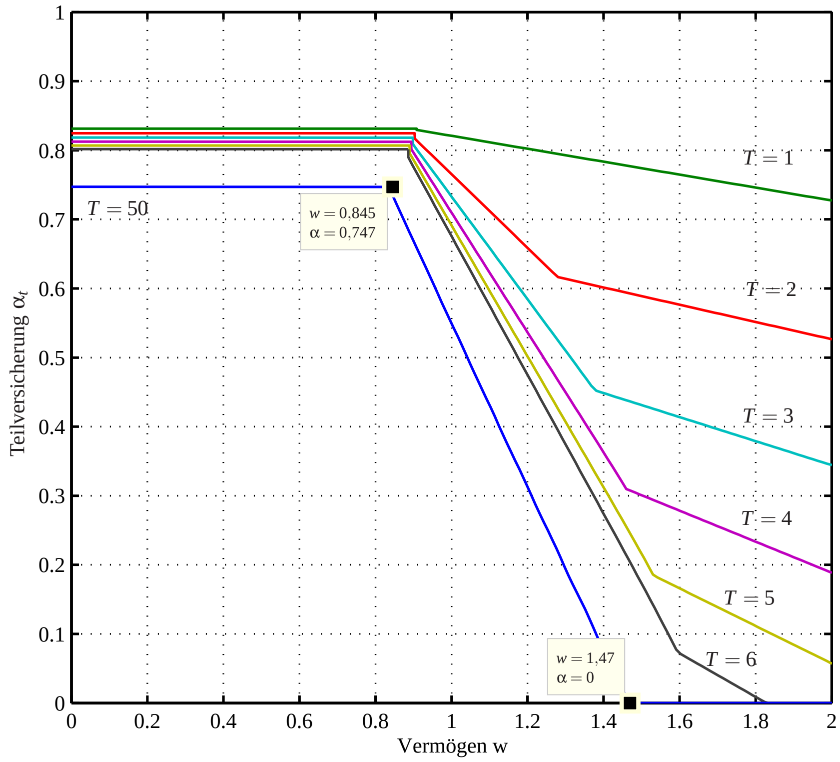
$$\begin{aligned} \gamma &= 2, & \pi &= 0{,}1, \\ r &= 1{,}01, & L &= 0{,}75, \\ \beta &= 0{,}98, & \lambda &= 0{,}3, \end{aligned}$$

ergeben sich aus der Simulation die in Abbildung 2.8 dargestellten Konsum- und Versicherungsfunktionen in Abhängigkeit von der Vermögenshöhe für jede Periode des Lebens bis zu einer Lebensläge von 50 Jahren.

Sowohl die Konsum- als auch die Versicherungsfunktion sind zu Beginn des Lebens identisch zu den von Gollier dargestellten Politikfunktionen (für einen unendlich langen Zeithorizont). Wenn das zur Verfügung stehende Vermögen geringer ist als 0,845, dann wird das Individuum alles konsumieren. Eigentlich würde es Geld leihen wollen, aber Kreditrestikrionen halten es davon ab.



(a) Konsum in Abhängigkeit vom Vermögen.



(b) Teilversicherungsrate in Abhängigkeit vom Vermögen.

Abbildung 2.8: *Simulationsergebnisse des Gollier-Modells.*

Bei höherem Vermögen wird gespart, obwohl das Individuum ungeduldig ist. Wegen des durch die Teilversicherung bestehenden Restrisikos ist der Vorsichtssparbetrag positiv. Ein weiteres Sparmotiv stellt – wie vorhin erläutert – die Liquiditätsbeschränkung dar. Dadurch verbessert sich die Möglichkeit, das Risiko über die Zeit zu diversifizieren.

Ein Teil des Risikos wird, abhängig von der Höhe des Vermögens, an eine Versicherung abgegeben. Solange das Individuum zu Beginn einer Periode, langfristig betrachtet, weniger als 0,845 zur Verfügung hat, ist eine Teilversicherungsrate $\alpha = 0{,}747$ optimal.[13] Kann das Individuum einen Teil seines Vermögens sparen, dann reduziert sich die Versicherungsnachfrage. Übersteigt das Vermögen zu Beginn einer Periode den Betrag $w = 1{,}47$, dann wird keine Versicherung mehr gekauft.

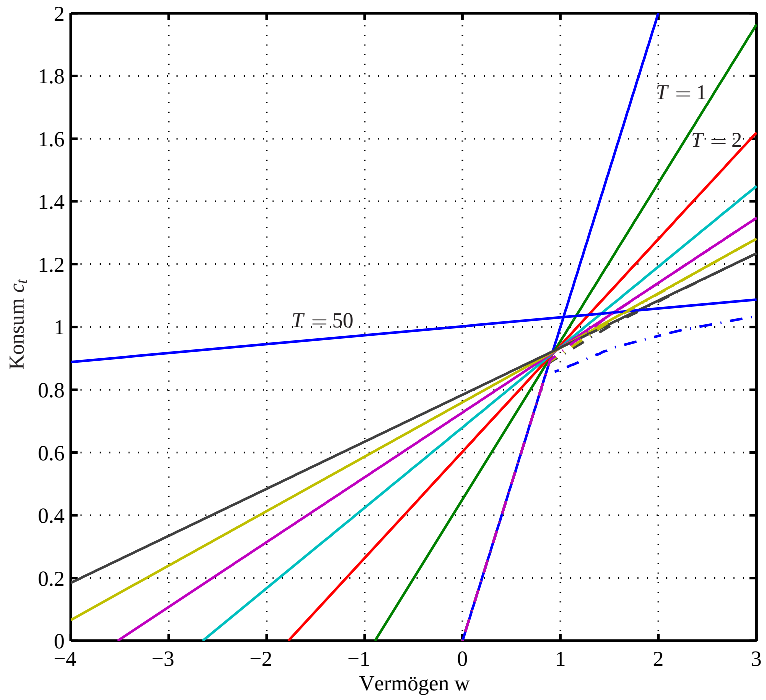
Die Möglichkeit, den Konsum und Schocks über einen längeren Zeithorizont dynamisch zu glätten, führt dazu, dass höheres Vermögen zusätzlich zum DARA-Effekt weniger risikoavers macht, so Gollier. Das Individuum kauft umso weniger von der teuren Versicherung, je höher sein durch Ersparnisse gebildetes Vermögen bzw. der Pufferbestand an Ersparnissen ist. Das impliziert, dass vor allem liquiditätsbeschränkte Individuen Versicherung nachfragen werden.

In der Abbildung 2.8 sind außerdem die Lösungen für ein endliches Leben von 50 Perioden abgetragen. $T = 1, 2, 3, \ldots, 50$ charakterisiert den Zeithorizont, der dem Individuum verbleibt. Man sieht deutlich, dass das Individuum zum Lebensende hin seine Ersparnisse reduziert und infolge dessen seine Versicherungsnachfrage erhöht. Das gilt auch, wenn die Liquiditätsbeschränkung aufgehoben wird.

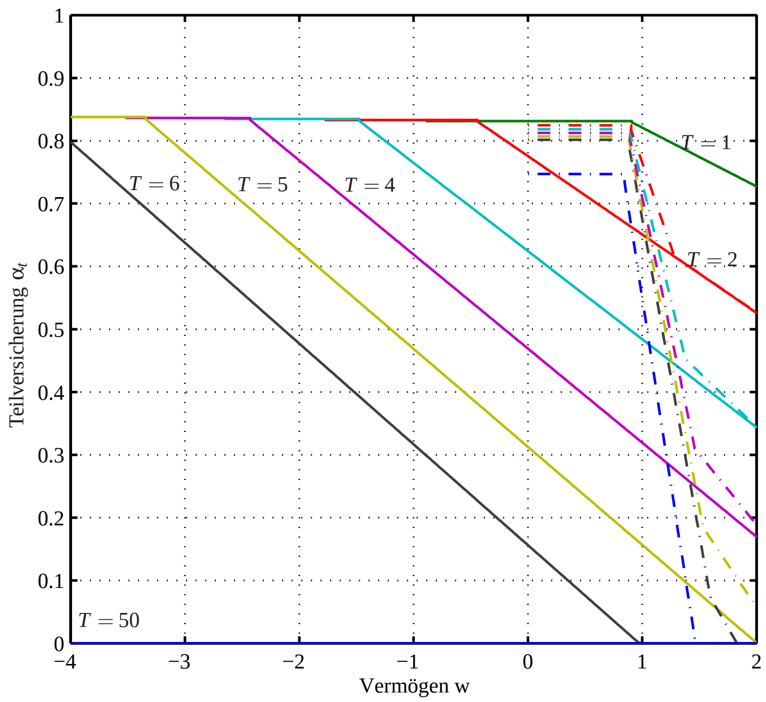
Lösung ohne Liquiditätsbeschränkung

Die folgenden Abbildungen 2.9(a) und 2.9(b) zeigen, dass die Liquiditätsbeschränkung zu einer höheren Nachfrage nach Versicherung und, wie bereits analytisch auf Seite 63 gezeigt wurde, zu höheren Ersparnissen führt (die gepunkteten Linien beschreiben die Gollier-Lösung).

[13] Gollier berechnet die Höhe des optimalen Selbstbehalts. Da die Schadensverteilung über den Lebenszyklus konstant bleibt, kann aus der Teilversicherungrate die Höhe des Selbstbehalts entsprechend $D_t = (1 - \alpha_t)L$ bestimmt werden. Aus $\alpha = 0{,}747$ folgt dann $D = (1 - 0{,}747) \times 0{,}75 = 0{,}19$, genau der Wert, den Gollier an dieser Stelle angibt.



(a) Konsum in Abhängigkeit vom Vermögen.



(b) Teilversicherungsrate in Abhängigkeit vom Vermögen.

Abbildung 2.9: *Simulationsergebnisse ohne Liquiditätsbeschränkung.*

Mit zunehmendem Alter nimmt die Steigung der Konsumfunktion zu und die Steigung der Versicherungsfunktion ab, wie auch die Gleichungen (2.44) und (2.45) deutlich machen. Je vermögender das Individuum, desto höher sind die Ersparnisse und desto niedriger ist die Teilversicherungsrate, d.h. Versicherung und Sparen sind in Bezug auf w_t Substitute [siehe Gleichungen (2.39) und (2.41)].

Ist der Zeithorizont ausreichend lang, dann werden Individuen, die ohne Beschränkung einen Kredit aufnehmen können, keine teure Versicherung kaufen. Das Individuum versichert sich selbst, indem es etwaige Verluste mit privaten Ersparnissen oder einer Kreditaufnahme finanziert und über das Leben hinweg diversifiziert. Nur ein kurzer Zeithorizont erhöht die Nachfrage nach Versicherung, weil das Individuum sein Vermögen langsam reduzieren wird (Steigung der Konsumfunktion nimmt mit zunehmendem Vermögen zu). Im Falle von DARA erhöht dies die Risikoaversion und damit die Relevanz einer Versicherung.

Dynamischer Ablauf des Problems

An dieser Stelle soll ein Beispiel verdeutlichen, wie sich die Versicherungsnachfrage, der Vermögensaufbau sowie der Konsum über 50 Perioden hinweg entwickeln, wenn das Individuum in Periode 7 und 27 von einem finanziellen Schock erfährt. Hierfür wird angenommen, dass das Individuum mit einem Vermögen in Höhe von $w_1 = 1$ in der ersten Periode startet und für jede Periode die optimale Höhe des Konsums sowie der Versicherung anhand des zur Verfügung stehenden Vermögens zu Beginn einer Periode entsprechend den oben dargestellten Politikfunktionen berechnet. Dann realisiert sich die Höhe des Schadens L, woraus sich die Vermögenshöhe zu Beginn der nächsten Periode ergibt. Abbildung 2.10 zeigt die Dynamik von Vermögen, Konsum und Versicherung für den Fall perfekter Kapitalmärkte sowie für den kreditrestringierten Fall. In diesem Szenario erfährt das Individuum den ersten Schock im Alter von 7 Jahren. Wenn das Individuum liquiditätsbeschränkt ist, wird es bis dahin Vermögen anhäufen, um die Nachfrage nach Versicherung reduzieren und seinen Konsum leicht erhöhen zu können. Sobald der erste Schaden eintritt, finanziert das Individuum 8% des Schadens über die Versicherung und 92% über Ersparnisse. Dadurch wird ermöglicht, den Konsum nur leicht von $1{,}108$ auf $0{,}9919$ reduzieren zu müssen. Das geringere Vermögen hat eine höhere Versicherungsnachfrage zur Folge. Diese ist erst dann wieder Null, wenn das Vermögen ausreichend

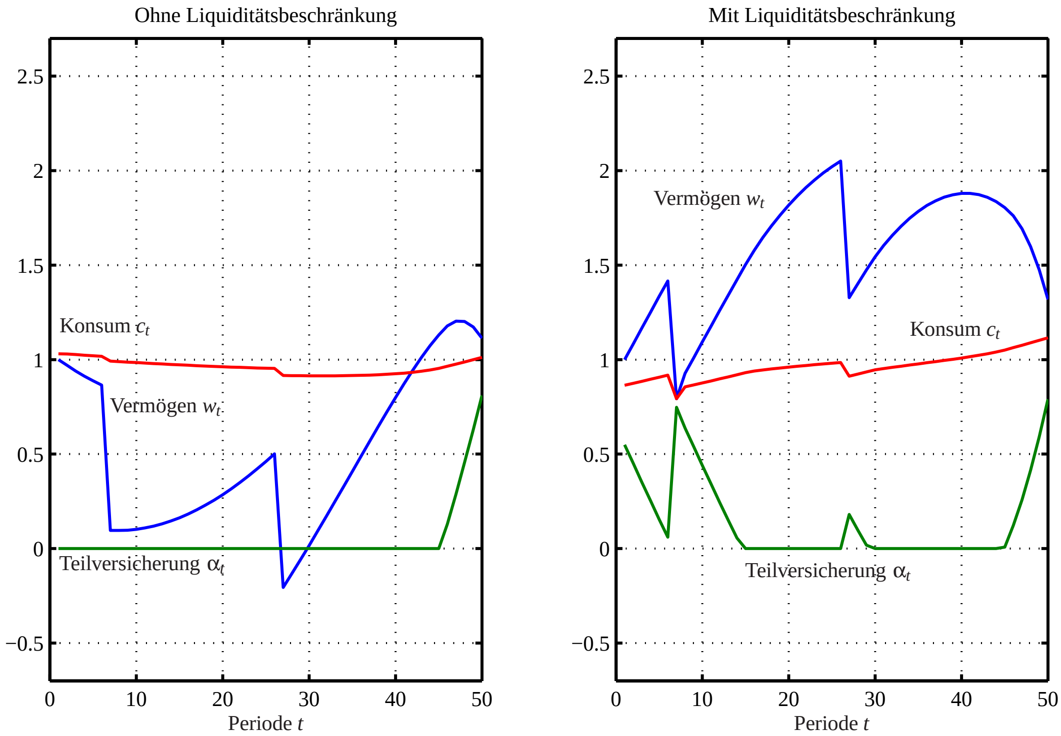


Abbildung 2.10: *Vermögen, Konsum und Versicherungsnachfrage im Zeitablauf.*

hoch ist. Ein zweiter Schock 20 Jahre später kann vollständig über das Vermögen finanziert werden, so dass nur ein sehr geringer Konsumrückgang in Höhe von 0,0371 zu erleiden ist. Weil das Individuum in den 20 Jahren einen hohen Pufferbestand an Ersparnissen bilden konnte, reagiert die Versicherungsnachfrage auf diesen Schock nicht mehr so stark wie vorher. Lediglich zum Ende des Lebens hin steigt die Versicherungsnachfrage wieder an, weil es optimal ist, seinen Vermögensbestand zu reduzieren.

Für den Fall perfekter Kapitalmärkte ist ein solches Zusammenspiel von Vermögen und Versicherung erst am Lebensende zu beobachten. Das Individuum wird in früheren Lebensjahren ganz auf den Kauf der teuren Versicherung verzichten und finanziert die Einkommensschocks größtenteils über Kreditaufnahmen. Es wird weniger gespart als in der liquiditätsbeschränkten Situation. Lediglich der Eintritt eines Schocks führt zum Aufbau von Vermögen. Insgesamt bleibt festzuhalten, dass die Möglichkeit, liquiditätsbeschränkt zu sein, eine zusätzliche Begründung für Versicherung darstellt.

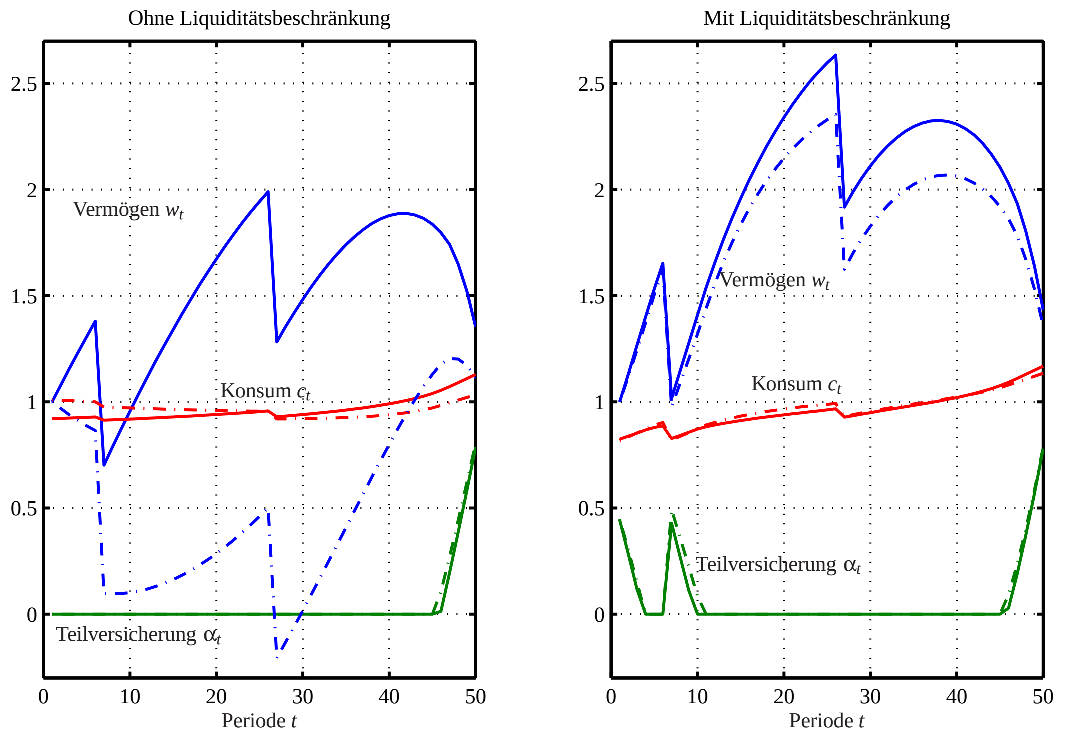


Abbildung 2.11: *Dynamik für* $r = \beta = 1$.

Dieses Beispiel sei das Grundmodell für die folgenden Erweiterungen: Zunächst werden die Veränderungen besprochen, wenn Diskontfaktor und Zins übereinstimmen. Davon gefolgt werden die Auswirkungen auf die Versicherungsnachfrage betrachtet, wenn das Risiko nur bis zu einem gewissen Alter existiert oder die Wahrscheinlichkeit eines Schadenseintritts über den Zeitablauf zunimmt.

Vergleich mit geduldigen Individuen

Wenn $r = \beta = 1$ spart das Individuum mehr, wie Abbildung 2.11 deutlich macht. Das Bilden eines höheren Pufferbestandes an Ersparnissen führt zu einer geringeren Nachfrage nach Versicherung. Das gilt sowohl im liquiditätsbeschränkten als auch im nicht-liquiditätsbeschränkten Fall. Ungeduld stellt deshalb eine zusätzliche Begründung für den Kauf von Versicherung dar.

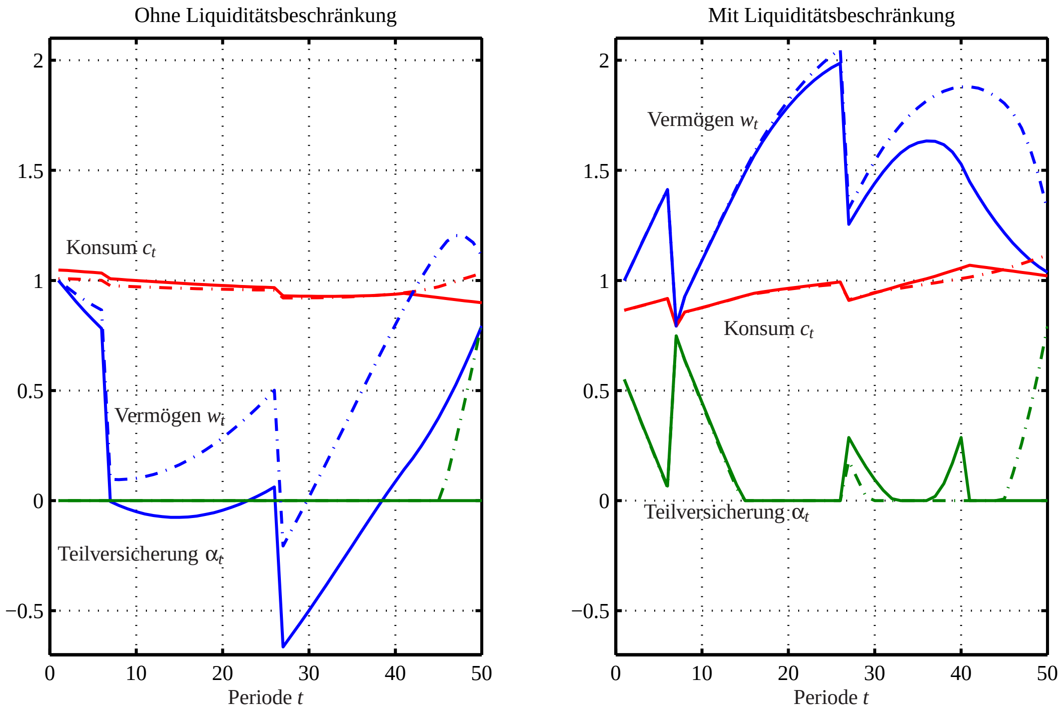


Abbildung 2.12: *Dynamik ohne Risiko ab* $t = 41$.

Das Risiko existiert nicht bis zum Lebensende

Wenn das Risiko nicht ganz bis zum Lebensende, sondern nur bis zum Alter von 41 Jahren existiert, dann ist es spätestens ab diesem Zeitpunkt nicht mehr optimal, Versicherung zu kaufen. Das Individuum konsumiert in Höhe des exogenen Einkommens. Zusätzlicher Konsum wird über das Abschmelzen des Vermögens generiert, so dass dieses am Ende des Lebens aufgebraucht sein wird. Abbildung 2.12 verdeutlicht die Ergebnisse.

Eine solche Problematik kann z.B. bei der Arbeitslosenversicherung relevant sein. Das Individuum sieht sich nur bis zum Eintritt in die Rente dem Risiko der Arbeitslosigkeit gegenüber. In der Rente selbst existiert ein solches Einkommensrisiko nicht mehr. Vereinfachend wird angenommen, dass die Höhe der Rente dem exogen gegebenen Einkommen aus dem Arbeitsleben entspricht.

Dann ist es im liquiditätsbeschränkten Fall optimal, während der Arbeitszeit Versicherung nachzufragen und Vermögen anzuhäufen. Die Höhe des Versicherungsschutzes ist wie im Basismodell vom gebildeten Vermögen sowie dem eingetretenen Schock abhängig. Insbesondere wird deutlich, dass sich die Ergebnisse in den ersten Lebensjahren entsprechen. Ab einem Alter von ca. 20 Jahren wird das Individuum, welches mit 41 Jahren in Rente geht, jedoch geringere Ersparnisse bilden und infolgedessen seine Nachfrage nach Versicherung erhöhen. Für Perioden nahe $T = 41$ steigt die Versicherungsnachfrage noch einmal an, weil der Pufferbestand an Ersparnissen bereits reduziert wird. Liquiditätsbeschränkung und ein zum Lebensende hin sicheres Einkommen führen – zumindest in den letzten riskanten Perioden – zu einer höheren Versicherungsnachfrage.

Hat das Individuum uneingeschränkten Zugang zum Kapitalmarkt, dann wird es überhaupt keine Versicherung kaufen (weil sie aktuarisch unfair ist) und den Schock über das Leben hinweg diversifizieren, bzw. über Ersparnisse und Kreditaufnahmen ausgleichen.

Die Wahrscheinlichkeit eines Schadenseintritts erhöht sich

Ähnlich interessant ist die Frage der Veränderung der Versicherungs- und Sparentscheidung, wenn das Schadenseintrittsrisiko ab einem gewissen Alter zunimmt. Das kann für die Krankenversicherung relevant sein, wenn älter werdende Individuum ein höheres Risiko haben, krank zu werden und damit Kosten für eine Behandlung verursachen. Ich nehme dazu an, dass ausgehend von einer Schadenseintrittswahrscheinlichkeit $\pi = 0{,}1$ das Risiko in jeder Periode um $0{,}1\%$ zunimmt. Im Alter von 50 Jahren ist die Wahrscheinlichkeit, krank zu werden $\pi_{50} = 0{,}15$. Das Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 2.13 dargestellt.

Wenn es keine Restriktionen auf dem Kapitalmarkt gibt, dann wird das Individuum mehr sparen. Das war entsprechend den Ergebnissen aus dem 2-Perioden-Modell zu erwarten, wo gezeigt werden konnte, dass

$$\frac{\partial S}{\partial \pi} > 0.$$

Ein Bezug zur Nachfrage nach Versicherung kann nicht hergestellt werden, da hierzu keine eindeutige Aussage gefunden wurde [siehe Seite 33].

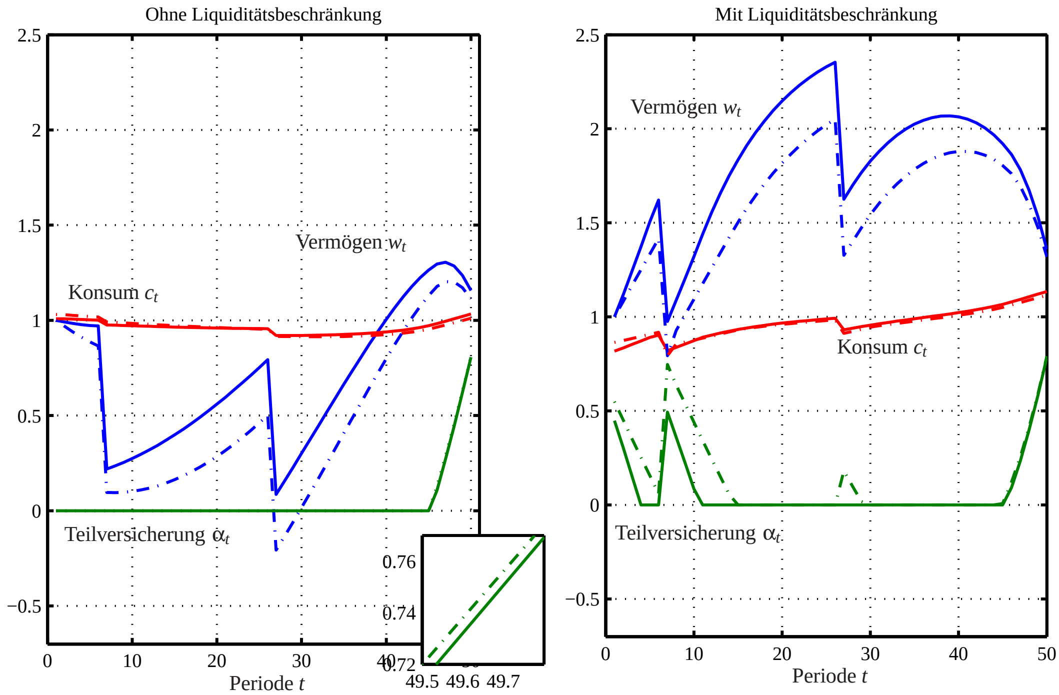


Abbildung 2.13: *Dynamik bei steigender Schadenseintrittswahrscheinlichkeit.*

In diesem Simulationsbeispiel ändert sich die Versicherungsnachfrage wegen der höheren Schadenswahrscheinlichkeit nur zum Ende des Lebens. Die Nachfrage nach Versicherungsschutz steigt leicht an im Vergleich zu einer über den Lebenszyklus hinweg gleichbleibenden Schadenswahrscheinlichkeit, wie das kleine Kästchen an der linken Abbildung deutlich macht. Weniger Versicherung ist – entgegen mancher Intuition – optimal, weil das Individuum durch das steigende π veranlasst wird, im Sinne des Vorsichtssparens sein Vermögen stark zu erhöhen. Das macht Versicherung in dem Beispiel weniger notwendig.

Ähnlich verhält es sich, wenn das Individuum keine Kredite aufnehmen kann. Die steigende Schadenswahrscheinlichkeit führt zur Bildung eines höheren Pufferbestandes an Ersparnissen und aufgrund dessen zu einer geringeren Nachfrage nach Versicherung im Vergleich zum Grundmodell.

Diese Ergebnisse erheben keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit, da hier lediglich Simulationsergebnisse abgebildet werden, die natürlich in ihrer Form sowohl von der Parameterwahl als auch von der Form der Nutzenfunktion abhängen können. Das gilt auch für die nachfolgenden Ergebnisse mit anderen Nutzenfunktionen.

2.3.8 Simulationsergebnisse einer IARA-Nutzenfunktion

Um die Ergebnisse von IARA-Präferenzen diskutieren zu können, sei die Nutzenfunktion ersetzt durch

$$u(c) = 2c - 0{,}6c^2, \quad c < 1{,}67.$$

Die sich daraus ergebenden Politikfunktionen für den nicht-liquiditätsbeschränkten Fall ist in den Abbildungen 2.14 dargestellt. Mit zunehmendem Alter nimmt die Steigung der Konsumfunktion zu und die Steigung der Teilversicherungsrate ab, d.h. je älter ein Individuum ist, desto stärker erhöht es seinen Konsum und desto schwächer seine Versicherungsdeckung, wenn sein Einkommen um eine Einheit steigt.

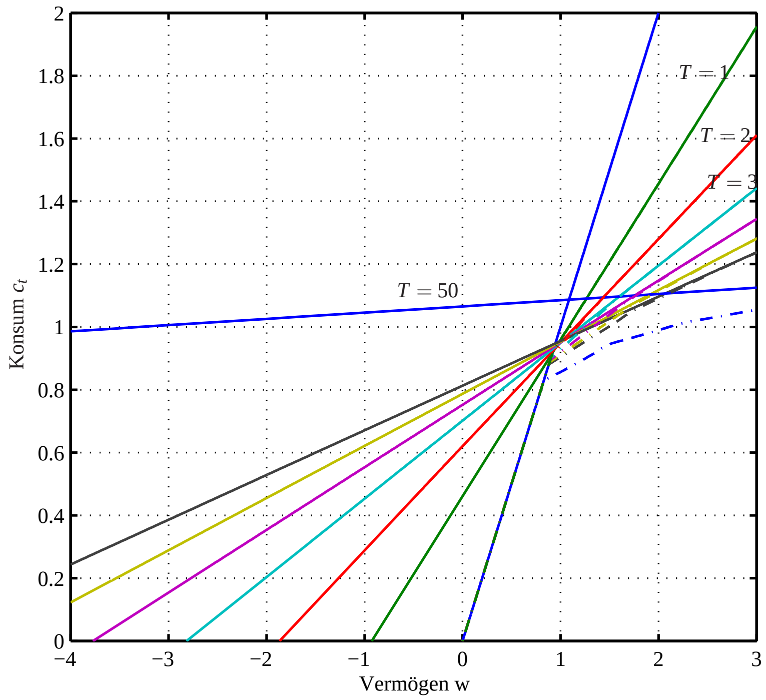
Je vermögender das Individuum ist, desto höher sind die Ersparnisse, wie auch die komparative Statik von s_t in Bezug auf w_t (2.41),

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} > 0, \tag{2.41}$$

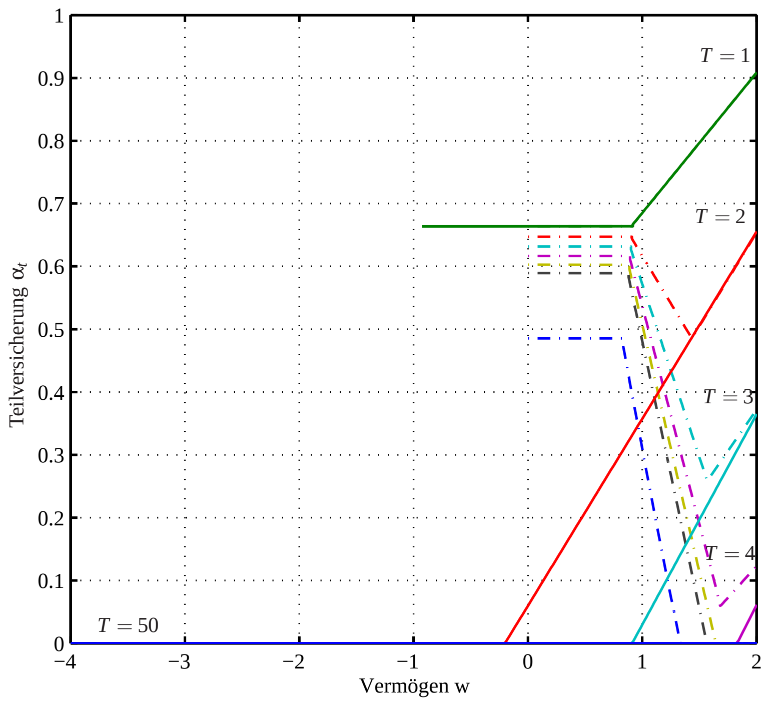
bestätigt. Im Gegensatz zum DARA-Fall nimmt die Versicherungsnachfrage aber nicht mit dem Vermögen zu. Die Teilversicherungsrate steigt mit zunehmendem Vermögen, weil das Individuum mit höherem Vermögen risikoaverser wird, was wiederum die besonderen Eigenschaften von IARA-Präferenzen widerspiegelt. Versicherung und Sparen sind Komplemente in Bezug auf das Vermögen.

Allerdings führt auch hier ein ausreichend langer Zeithorizont dazu, dass keine unfaire Versicherung mehr nachgefragt wird. Nur ein kurzer Zeithorizont erhöht die Nachfrage nach Versicherung, weil das Individuum einen eintretenden Schock dann schlechter über die Zeit diversifizieren kann.

Kreditrestriktionen führen auch im IARA-Fall dazu, dass das Individuum langfristig mehr spart. Es findet Vorsichtssparen statt, weil der Fall, liquiditätsbeschränkt zu sein, ein Risiko darstellt. Deshalb verwundert es auch nicht, dass die Versicherungsnachfrage höher ist im Vergleich dazu, dass das Individuum unbeschränkt Kredite aufnehmen kann.



(a) Konsum in Abhängigkeit vom Vermögen.



(b) Teilversicherungsrate in Abhängigkeit vom Vermögen.

Abbildung 2.14: *Simulationsergebnisse mit IARA-Präferenzen.*

Es wird außerdem deutlich, dass Kreditrestriktionen für geringe positive Vermögen den IARA-Effekt aufheben. Hier nimmt die Versicherungsnachfrage mit zunehmendem Vermögen ab, obwohl IARA-Präferenzen eine positive Korrelation zwischen Vermögen und Versicherung implizieren würden. Dieser Effekt wird ab einer Vermögenshöhe größer Eins sichtbar.

2.3.9 Simulationsergebnisse einer CARA-Nutzenfunktion

Die CARA-Lösung mit der Nutzenfunktion

$$u(c) = -\exp(-2c)$$

ist in den Abbildungen 2.15 dargestellt.

Erneut genügt ein ausreichend langer Zeithorizont, um keine teure Versicherung nachzufragen und Selbstversicherung zu betreiben. Im kurzen Zeithorizont steigt die Nachfrage nach Versicherung, ist aber über alle Vermögenshöhen hinweg konstant. Das Individuum wird mit zunehmendem Vermögen nicht mehr oder weniger risikoavers, weil CARA vorliegt. Die Versicherungsnachfrage reagiert deshalb nicht auf einen Vermögensanstieg.

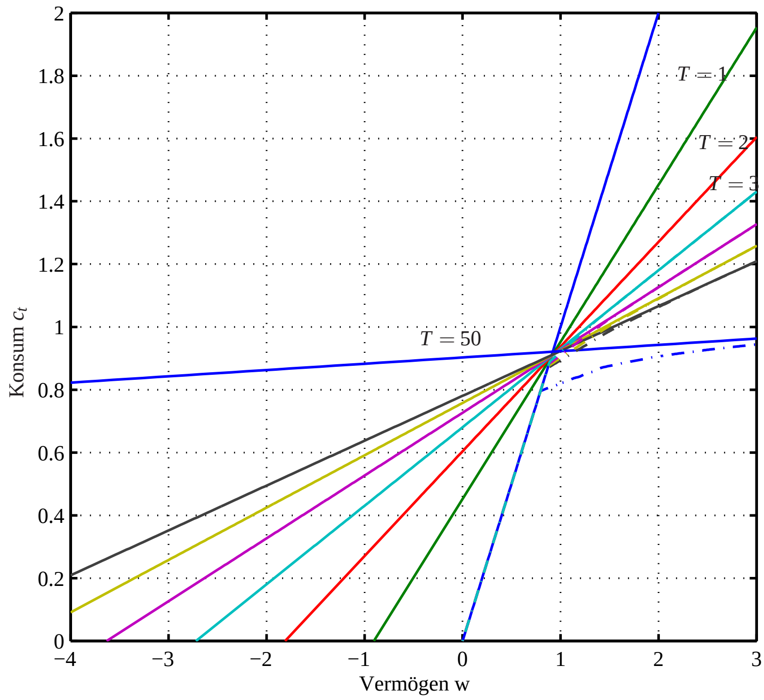
Die gepunkteten Linien kennzeichnen die Lösung bei Liquiditätsbeschränkungen. Während sich kurzfristig im Konsum keine Änderung ergibt, reagiert die Versicherungsnachfrage mit einem Anstieg auf diese Restriktion. Langfristig gesehen spart das Individuum aufgrund der Kreditrestriktion mehr, kauft gleichzeitig aber auch mehr Versicherung.

Je kürzer der Lebenshorizont, desto mehr Versicherung wird nachgefragt und gleichzeitig Vermögen abgebaut. Dies konnte auch im DARA-Fall beobachtet werden.

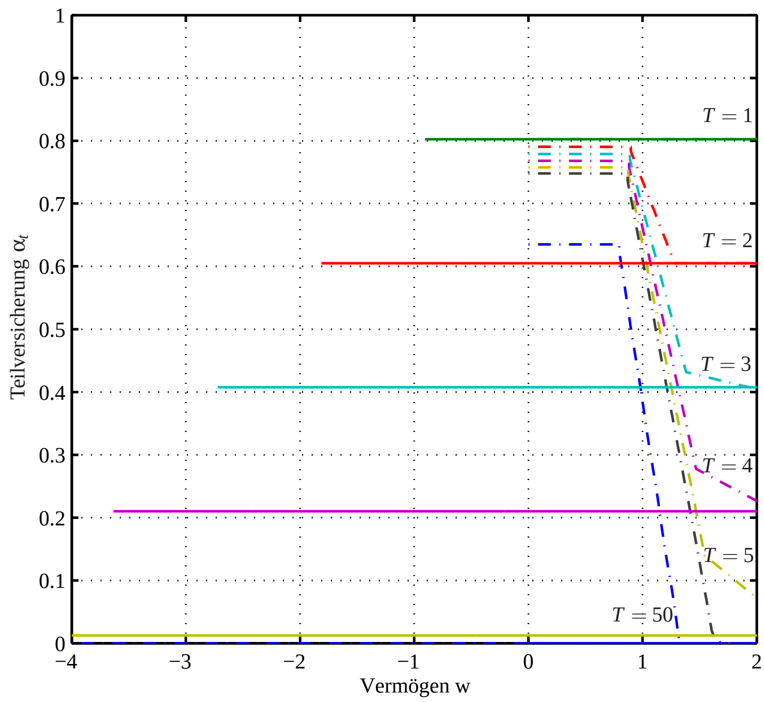
2.3.10 Zusammenfassung

Wenn keine Liquiditätsbeschränkungen vorliegen, wird ein junges Individuum keine teure Versicherung nachfragen. Vielmehr wird das Risiko über das Leben hinweg diversifiziert. Nur zum Lebensende hin nimmt die Nachfrage nach Versicherung zu.

Mit der Zunahme des Versicherungsschutzes im Verlauf der letzten Lebensjahre geht ein Abbau des Vermögens einher. Im Gegensatz zur langfristigen Absicherung über private



(a) Konsum in Abhängigkeit vom Vermögen.



(b) Teilversicherungsrate in Abhängigkeit vom Vermögen.

Abbildung 2.15: *Simulationsergebnisse mit CARA-Präferenzen.*

Ersparnisse oder Kreditaufnahmen, ist es für das Individuum zum Lebensende hin effizienter, in die Versicherungsdeckung zu investieren, weil es sein Vermögen reduzieren möchte. Dies gilt unabhängig von den vorliegenden Präferenzfunktionen und unabhängig von der Annahme ob Kreditrestriktionen vorliegen oder nicht.

Wenn das Individuum wegen imperfekter Kapitalmärkte keine Kredite aufnehmen kann, führt das vor allem langfristig betrachtet zu höheren Ersparnissen und einer höheren Versicherungsnachfrage. Es stellt ein zusätzliches Risiko dar, wenn man keinen Kredit aufnehmen kann, so dass eine höhere Risikoabsicherung auch intuitiv richtig erscheint.

Diese Schlussfolgerungen gelten für ungeduldige sowie für nicht-ungeduldige Individuen. Außerdem behalten sie für zwei Erweiterungen Gültigkeit, zumindest bei Vorliegen der intuitiv naheliegend erscheinenden DARA-Präferenzen. Existiert das Risiko nicht bis zum Ende des Lebens, wie es z.B. in der Arbeitslosenversicherung der Fall ist, dann wird am Ende des Erwerbslebens mehr Versicherung nachgefragt – im Vergleich zu einem Risiko, das über das gesamte Leben hinweg besteht, wenn Liquiditätsbeschränkungen vorliegen. Bei freiem Zugang zum Kapitalmarkt wird das Individuum hingegen nicht von der Möglichkeit des Kaufs der unfairen Versicherung Gebrauch machen. Diese Ergebnisse erheben jedoch keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit, da sie aus einem Simulationsbeispiel entstanden sind.

Darüber hinaus konnte ich deutlich machen, dass eine steigende Schadenseintrittswahrscheinlichkeit mit einer höheren Vermögensbildung einhergeht, was das Motiv des Vorsichtssparens unterstreicht. Das bedeutet, dass z.B. mit dem Alter steigende Schadenseintrittswahrscheinlichkeiten innerhalb der Krankenversicherung zu einem sinkenden Versicherungsschutz und einer höheren, durch Ersparnisse finanzierten, Eigenbeteiligung an den Behandlungskosten führt.

Im Vergleich zu den in Abschnitt 2.2 betrachteten Vericherungsmodellen wird bei der Betrachtung längerfristiger Zeithorizonte die eingeschränkte Aussagekraft von 2-Perioden-Modellen deutlich. Während für diesen Fall der Kauf von Versicherung für ein annehmbares Versicherungsloading immer effizient erschien und die Substitutionsfähigkeit von Versicherung durch Ersparnisse weniger eindeutig war, zeigte sich bei der langfristigen Betrachtung ein deutlicheres Bild: Eine unfaire Versicherung kann bei einem ausreichend langen Zeithorizont durchaus vollständig durch Ersparnisse ersetzt werden. Erst zum Lebensende hin, wenn Individuen ihre Ersparnisse reduzieren, gewinnt die Versicherung wieder an Bedeutung. Besonders interessant ist auch der Vergleich imperfekter Kapitalmärkte. Die dynamische Betrachtung zeigt, dass allein die Möglichkeit, in Zukunft liquiditätsbeschränkt zu sein, zu höheren Sparanstrengungen führt. Gleichzeitig versichert das Individuum einen höheren Schadensanteil. Auch dieser Effekt ist mit einem Modell in 2 Perioden nicht abzubilden. Vielmehr wurde im 2-Perioden-Modell erläutert, dass der Moment der Liquiditätsbeschränkung im DARA-Fall sogar zu einem Verzicht an Versicherung führt, weil das Individuum implizit dazu gezwungen wird, mehr zu sparen als es eigentlich wollte. Die Betrachtung im Modell mit zwei Perioden eignet sich mehr dazu, die Interaktion von Versicherung und Sparen im komparativ statischen Kontext zu betrachten. Beispielsweise kann ein einfaches Versicherungsmodell die Reaktion auf eine steigende Schadenseintrittswahrscheinlichkeit so abbilden, wie es im dynamischen Kontext zu beobachten ist: Die Sparanstrengung nimmt zu. Das ändert aber nichts an der Tatsache, dass Individuen Versicherung und Sparen über den Lebenszyklus hinweg als Substitute betrachten. Solche globalen Aussagen können nur mit einem dynamisches Versicherungsmodell gezeigt werden.

Damit konnten die Fragen der Substituierbarkeit einer unfairen Versicherung durch individuelle Ersparnisse innerhalb eines 2-Perioden sowie eines Lebenszyklusmodells in weiten Teilen analysiert werden, wobei die Modellierung langfristiger Verträge außen vor steht. Vielmehr war der Ausgangspunkt, dass das Individuum zu Beginn jeder Lebensperiode einen neuen Versicherungsvertrag abschließen kann, so dass eine Erweiterung um langfristige Verträge weitere Einblicke geben würde. Darüber hinaus wäre auch eine Analyse der optimalen Vertragsdauer bzw. der Erarbeitung einer optimalen Stoppregel bei ständig wiederkehrenden Risiken interessant.

Mit dem hier betrachteten Modell wird keine Korrelation von Risiken in dem Sinne beschrieben, dass die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts morgen höher ist, wenn das Individuum heute bereits einen Schaden erleidet. Das kann z.B. im Bereich der Arbeitslosenversicherung eine Rolle spielen. Gregg (2001) zeigt im „British Household Panel Survey“, dass allein das Auftreten des Zustandes der Arbeitslosigkeit die Wahrscheinlichkeit, erneut arbeitslos zu werden signifikant erhöht. Intuitiv betrachtet, würde dann mehr Versicherung Sinn machen. Wenn das Individuum sich dadurch veranlasst fühlt, ein höheres Vermögen aufzubauen, vor allem im liquiditätsbeschränkten Fall, dann wäre das allerdings eine Begründung für einen geringeren Versicherungsschutz.

Außerdem wurde bislang ein weiter Zweig der Literatur in der Diskussion der Substituierbarkeit von Versicherung durch Sparen ausgeklammert, nämlich das Auftreten von Moral Hazard. Wenn Versicherung eine Verhaltensänderung von Individuen induziert und dadurch die erwarteten Ausgaben der Versicherung steigen, dann muss der Kauf einer Vollversicherung nicht optimal sein. Ob für diesen Fall eine Substitution von Versicherung durch Sparen Sinn macht, soll im nächsten Kapitel diskutiert werden.

2.4 Anhang

Versicherungsnachfrage bei sicherem, aber zeitlich unbestimmten Schadenseintritt

Hier wird gezeigt, wie hoch die Nachfrage nach Versicherung ist, wenn das Individuum mit Sicherheit weiß, dass es einen Schaden erleiden wird, aber nicht klar ist, zu welchem Zeitpunkt der Schaden eintreten wird. Zur Analyse ist ein Modell mit mindestens 3 Perioden notwendig. Angenommen wird, dass entweder ein Schaden in Periode 2, L_2 mit Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ oder mit Sicherheit der Schaden in Periode 3, L_3, eintreten wird. In Periode 1 wird der Betrag S_1 gespart, in Periode 2 entweder $S_{L,2}$ oder $S_{N,2}$, abhängig davon, ob der Schaden in Periode 2 eingetreten ist oder nicht. Übersichtlicher stellt der Wahrscheinlichkeitsbaum in Abbildung 2.16 dieses Modell dar.

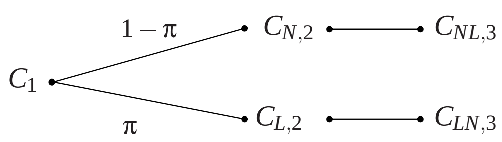


Abbildung 2.16: *Wahrscheinlichkeitsbaum bei sicherem Schadenseintritt.*

$$
\begin{aligned}
C_1 &= Y_1 - \alpha_v \pi(1+\lambda) I_2 - S_1, \\
C_{N,2} &= Y_2 + S_1 - S_{N,2} - \beta_v(1+\lambda) I_3 - \alpha_n \pi(1+\lambda) I_2, \\
C_{L,2} &= Y_2 - L_2 + I_2 + S_1 - S_{L,2} - \alpha_n \pi(1+\lambda) I_2, \\
C_{NL,3} &= Y_3 - L_3 + I_3 + S_{N,2} - \beta_n(1+\lambda) I_3, \\
C_{LN,3} &= Y_3 + S_{L,2},
\end{aligned}
$$

beschreiben die zustandsabhängigen Einkommen in jeder Periode. I_1 und I_2 bezeichnen die Höhen der Versicherungsdeckung in Periode 2 und 3, welche das Individuum gegen die Zahlung einer Prämie mit Loading λ erhält. α_v, α_h, β_v und β_h sind 0-1-Variablen, um den Ergebnissen von oben Rechnung zu tragen, dass der Zeitpunkt der Prämienzahlung für die Analyse nicht unerheblich ist. Die Lösung des Modells mit einer vorgelagerten (späteren) Prämienzahlung erhält man durch $\{\alpha_v = \beta_v = 1, \alpha_h = \beta_h = 0\}$, bzw. $\{\alpha_v = \beta_v = 0, \alpha_h = \beta_h = 1\}$. Im Zustand $LN,3$ ist keine Prämienzahlung mehr nötig, da der Schaden bereits in Periode 2 eingetreten ist.

Aus diesen Annahmen wird sofort deutlich, dass das Individuum mit seinen Ersparnissen $S_{N,2}$ und $S_{L,2}$ den Konsum über die letzten beiden Perioden glätten wird, d.h.

$$C_{N,2} = C_{NL,3} = \frac{1}{2}(Y_2 + Y_3 - L_3 - \alpha_n \pi(1+\lambda) I_2 + S_1 + I_3 - (\beta_n + \beta_v)(1+\lambda) I_3) \equiv C_N \quad \text{und}$$

$$C_{L,2} = C_{LN,3} = \frac{1}{2}(Y_2 + Y_3 - L_2 + I_2 - \alpha_n \pi(1+\lambda) I_2 + S_1) \equiv C_L,$$

Die Lösung des Problems erfordert die Maximierung des Erwartungsnutzens über S_1, I_2 und I_3,

$$\max_{I_2, I_3, S_1} \quad EU = u(C_1) + 2\pi u(C_L) + 2(1-\pi) u(C_N) \quad \text{u.d.Nb.} \quad I_2 \wedge I_3 \geq 0$$

Entsprechend dem Kuhn-Tucker-Theorem wird die Lösung implizit durch diese Bedingungen beschrieben:

$$
\begin{aligned}
EU_{I_2} &= -\alpha_v \pi(1+\lambda) u'(C_1) + \pi(1 - \alpha_n \pi(1+\lambda)) u'(C_L) \\
&\quad + (1-\pi)(-\alpha_n \pi(1+\lambda)) u'(C_N) \leq 0, \quad I_2 \geq 0, \quad EU_{I_2} \times I_2 = 0 && (2.53) \\
EU_{I_3} &= (1-\pi)(1 - (\beta_n + \beta_v)(1+\lambda)) u'(C_N) \leq 0, \quad I_3 \geq 0, \quad EU_{I_3} \times I_3 = 0, && (2.54) \\
EU_{S_1} &= -u'(C_1) + \pi u'(C_L) + (1-\pi) u'(C_N) \stackrel{!}{=} 0. && (2.55)
\end{aligned}
$$

Aus (2.54) wird direkt deutlich, dass sowohl für die nachgelagerte Prämienzahlung $\{\beta_n = 1, \beta_v = 0\}$ als auch für $\{\beta_n = 0, \beta_v = 1\}$,

$$I_3 = 0 \qquad \text{für} \qquad \lambda \geq 0.$$

Die optimalen Höhen von S_1 und I_2 werden nun impliziert durch (2.53) und (2.55) bestimmt. Der Zeitpunkt der Prämienzahlung hat bei globaler Betrachtung der Wirkung von λ keinen Einfluss auf das Ergebnis.

- Für $\lambda = 0$ ist $C_1 = C_L = C_N$, so dass aus $L_2 = L_3$ $I_2 = I_3 = 0$ folgt. Mit $L_2 > L_3$ ist $I_2 = L_2 - L_3$. Einkommen wird entweder in Periode 2 oder 3 um den Betrag L reduziert. So kann das Individuum über Ersparnisse und/oder einer fairen Versicherung seinen Konsum perfekt glätten. Steigt die mögliche Schadenshöhe mit der Zeit an, dann möchte das Individuum eine negative Versicherungsdeckung kaufen, um seinen Konsum glätten zu können. Da nur $I \geq 0$ realistisch ist, liegt die Randlösung $I = 0$ vor. Bei $L_2 > L_3$ wird genau die Differenz versichert, da das die beste Möglichkeit ist, um Einkommensschwankungen zu reduzieren.
- Für $\lambda > 0$ ist $C_N > C_1 > C_L$, so dass aus $L_2 = L_3$, $I_2 = I_3 = 0$, folgt. Mit $L_2 \neq L_3$ ist $I_2 < L_2 - L_3$. Das Individuum glättet seinen Konsum nicht mehr perfekt, wenn Versicherung unfair ist. Es wird nur dann Versicherung nachgefragt, wenn L_2 ausreichend viel höher ist als L_3. Interaktion zwischen Versicherung und Sparen findet in dem oben besprochenen Ausmaß statt, sobald die Differenz zwischen L_2 und L_3 positiv ist.

Komparative Statik über zwei endogene Variablen

Nach dem impliziten Funktionentheorem[14] gilt für $x \in \{\lambda, Y_1, Y_2\}$ und $EU_{vw} \equiv \frac{\partial^2 EU}{\partial v \partial w}$

$$\begin{pmatrix} EU_{II} & EU_{IS} \\ EU_{IS} & EU_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial S}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -EU_{Ix} \\ -EU_{Sx} \end{pmatrix}$$

[14] Siehe Chiang und Wainwright (2005), Kapitel 8.

Entsprechend der Cramer'schen Regel gilt dann

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{|J_1^x|}{|\mathcal{H}_{EU}|} \left\{ \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} \right\} 0 \quad \Leftrightarrow \quad |J_I^x| \left\{ \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} \right\} 0, \tag{2.56}$$

wobei

$$|J_I^x| = \begin{vmatrix} -EU_{Ix} & EU_{IS} \\ -EU_{Sx} & EU_{SS} \end{vmatrix} = EU_{Sx}EU_{IS} - EU_{Ix}EU_{SS},$$

und

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{|J_S^x|}{|\mathcal{H}_{EU}|} \left\{ \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} \right\} 0 \quad \Leftrightarrow \quad |J_S^x| \left\{ \begin{array}{c} > \\ = \\ < \end{array} \right\} 0, \tag{2.57}$$

mit

$$|J_S^x| = \begin{vmatrix} EU_{II} & -EU_{Ix} \\ EU_{IS} & -EU_{Sx} \end{vmatrix} = EU_{Ix}EU_{IS} - EU_{Sx}EU_{II}.$$

Da die Determinante der Hesse-Matrix positiv ist, $|\mathcal{H}_{EU}| > 0$, wird die Richtung des Effekts der Änderung in den exogenen Variablen $x \in \{\lambda, Y_1, Y_2\}$ durch $|J_I^x|$ und $|J_S^x|$ bestimmt.

Höhere Risikoaversion führt zum Kauf von mehr Versicherung

Zu klären ist die Frage, wie sich die Höhe der Versicherungsnachfrage ändert, wenn das Individuum risikoaverser wird. Nach Pratt (1964) ist ein Individuum v risikoaverser als ein Individuum u, falls es eine Funktion $v : y \longrightarrow \mathbb{R}$ gibt, so dass $v(y) = g\big(u(y)\big)$ mit $g' > 0$ und $g'' < 0$. Die Optimierung des Erwartungsnutzens

$$\max_{I_v, S_v} \quad EU = v(Y_1 - S_v - (1+\lambda)\pi I_v) + \pi v(Y_2 + S_v - L + I) + (1-\pi)v(Y_2 + S_v),$$

liefert die Bedingungen erster Ordnung

$$\frac{\partial EU}{\partial I_v} = -(1+\lambda)\pi v'(C_1) + \pi v'(C_L) \stackrel{!}{=} 0,$$
$$\frac{\partial EU}{\partial S_v} = -v'(C_1) + \pi v'(C_L) + (1-\pi)v'(C_N) \stackrel{!}{=} 0.$$

Um die Steigung der Funktion $\partial EU/\partial I_v$ zu bestimmen, betrachte ich den Wert der Funktion an der Stelle $I = I_u$. Die Höhe der Ersparnisse S_v sei so gewählt, dass $\partial EU/\partial S_v = 0$

erfüllt ist. Dann ist

$$\begin{aligned}\left.\frac{\partial EU}{\partial I_v}\right|_{I=I_u} &= -(1+\lambda)\pi v'(C_1)+\pi v'(C_L)\\ &= -(1+\lambda)\pi g'\big(u(C_1(I_u))\big)u'(C_1(I_u))+\pi g'\big(u(C_L(I_u))\big)u'(C_L(I_u)). \qquad (2.58)\end{aligned}$$

Da gezeigt werden kann, dass

$$C_1 = Y_1 - S_u - (1+\lambda)\pi I_u > Y_2 + S_u - L + I_u = C_L$$

und $g' > 0$ und $g'' < 0$ ist

$$g'\big(u(C_1(I_u))\big) < g'\big(u(C_L(I_u))\big),$$

bzw.

$$\left.\frac{\partial EU}{\partial I_v}\right|_{I=I_u} > g'\big(u(C_1(I_u))\big)\big[-(1+\lambda)\pi u'(C_1(I_u))+\pi u'(C_L(I_u))\big].$$

Der Ausdruck in der Klammer ist Null, da $-(1+\lambda)\pi u'(C_1(I_u))+\pi u'(C_L(I_u)) = 0$ die Bedingung erster Ordnung für die optimale Höhe der Versicherung von Individuum u darstellt. Somit ist

$$\left.\frac{\partial EU}{\partial I_v}\right|_{I=I_u} > 0 \quad \Rightarrow \quad I_v > I_u,$$

d.h. das risikoaversere Individuum v kauft den höheren Versicherungsschutz.

Kapitel 3

Versicherung und Sparen mit Moral Hazard

3.1 Einleitung

Zur Weiterentwicklung von Sozialversicherungen wie der Kranken- und Arbeitslosenversicherung sind in der jüngeren Vergangenheit Reformvorschläge diskutiert worden, die von einer marginalen Veränderung innerhalb des bestehenden Systems bis zu einem fundamentalen Systemwechsel reichen. Radikale Ansätze finden sich beispielsweise im Rahmen der Krankenversicherung in Singapur oder der Arbeitslosenversicherung in Chile. Dort wird das jeweilige Risiko nicht mehr über eine Versicherung, sondern über individuelle Sparkonten abgedeckt.

Sparkonten sind individuelle Konten, denen Versicherte regelmäßig einen verpflichtenden Beitrag zuführen. Der dadurch entstehende Kapitalstock wird in Anspruch genommen, um Kosten bei eintretenden Schäden zu finanzieren. Die chilenische Arbeitslosenversicherung sieht z.B. vor, dass Individuen Ersparnisse in Höhe von zwei Monatsgehältern auf ihren Sparkonten anhäufen. Im Falle der Arbeitslosigkeit wird das Angesparte über vier Monate hinweg ausbezahlt. Erst wenn das Konto geräumt ist, folgt die staatliche Hilfe. Im Rahmen der Krankenversicherung in Singapur ist ein Individuum seit 1984 verpflichtet, je nach Alter 6 bis 8% seines unversteuerten Einkommens auf dem sog. „Medisave Account“ anzusparen. Im Falle einer Krankheit kann ein Teil der entstehenden Behandlungskosten über das Sparkonto finanziert werden. Für den Rest kommt das Individuum selbst auf. Singapur verzichtet darauf, den Individuen Risikoschutz in Form von Versicherung zu geben.[1] Die gesamten Behandlungskosten werden über Ersparnisse und privates Vermögen finanziert.

Sparkonten stellen also die individuelle Absicherung eines Risikos dar und entsprechen damit im Charakter einer Selbstversicherung. Als Begründung für Sparkonten wird häufig das Problem des sog. Moral Hazard in der Versicherung angeführt, welches durch die Absicherung des Risikos über Ersparnisse eingedämmt werden soll [siehe dazu Feldstein und Altman (1998, 2007, Seite 56) oder Vodopivec (2006, Seite 5)]. Moral Hazard besagt, dass das Bestehen einer Versicherung die Verhaltensanreize von Individuen ändert und infolgedessen die Wahrscheinlichkeit, mit welcher (Höhe) ein Schaden eintritt. Führt Moral Hazard dazu, dass Versicherung durch Ersparnisse ersetzt werden kann?

In diesem Kapitel wird analysiert, inwiefern das Ersetzen von Versicherung durch Sparen aus theoretischer Sicht optimal ist, wenn eine Moral-Hazard-Problematik vorliegt, d.h. insbesondere wenn ein Individuum auf die ex-post Schadenshöhe oder die ex-ante Schadenseintrittswahrscheinlichkeit Einfluss nehmen kann. Dabei geht es auch um die Frage, ob Sparen Versicherung überflüssig macht und ob Ersparnisse Verhaltensänderungen von Individuen zur Folge hat. Es wird deutlich werden, dass hierbei die Modellierung der durch Schadensbegrenzungsaktivitäten entstehenden Kosten einen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Moral Hazard entsteht, wenn das Versicherungsunternehmen nicht beobachten kann, ob sich das Individuum anstrengt, den Schaden zu vermeiden oder gering zu halten. Arrow (1962, Seite 615) beschreibt den durch Moral Hazard verzerrenden Effekt einer Versicherung auf das Verhalten von Individuen folgendermaßen:

> „Any insurance policy and in general any device für shifting risks can have the effect of dulling incentives. A fire insurance (...) weakens the motivation for fire prevention. (...) One device for mitigating the adverse incentive effects of insurance is coinsurance.“

[1] Die staatliche Versicherung „Medishield“ für länger andauernde ambulante Behandlungen wurde erst im Jahre 1990 eingeführt. Eine Teilnahme an dieser Absicherung ist nicht verpflichtend. Asher und Karunarathne (2001) betonen, dass „Medishield“ einen inadäquaten Schutz bietet. Mehr als ein Drittel der Bevölkerung nimmt an diesem Programm nicht teil. Außerdem bezahlt „Medishield“ nur 25 – 40% der im Krankenhaus entstehenden Kosten.

Anders als Arrow stellen Spence und Zeckhauser (1971) fest, dass für Versicherte ein Anreiz besteht, sich so zu verhalten, dass die Auszahlung der Versicherung im Schadensfall erhöht wird. Wenn dieses Verhalten nicht verifiziert werden kann, hat der Versicherer keine Möglichkeit, das Problem zu beseitigen. Er kann lediglich darauf reagieren, indem er eine Teilversicherung anbietet, um den Versicherten dazu zu bewegen, die entsprechenden Maßnahmen zur Schadensbegrenzung durchzuführen [siehe auch Dionne (1984)]. Alternativ kann die Prämie so berechnet werden, als würde das Individuum überhaupt keinen Aufwand zur Schadensbegrenzung betreiben. Diese Lösung ist vor allem dann interessant, wenn die Kosten, die das Individuum für die Reduktion des Schadens aufbringen muss, sehr hoch sind [siehe dazu Shavell (1979)].

Pauly (1968) argumentiert für die Krankenversicherung sogar, dass Moral Hazard die Effizienz von Versicherung in Frage stellen kann. Individuen verhielten sich inkonsistent, wenn die Elastizität der Nachfrage nach medizinischen Leistungen größer ist als Null; einerseits führt eine Erkrankung zu einer Überbehandlung, weil Versicherung dazu führt, dass die Behandlung praktisch umsonst erfolgt. Auf der anderen Seite hat dieses Verhalten eine höhere Prämie zur Folge, was Versicherung weniger interessant macht. Moral Hazard kann nach Pauly einen so großen Nutzenverlust verursachen, dass der Abschluss einer Versicherung suboptimal wäre, weil die Kosten, das Risiko in Kauf zu nehmen, geringer sind. Wird das Individuum von staatlicher Seite dazu gezwungen, eine Versicherung abzuschließen, dann impliziert diese Inkonsistenz eine Ineffizienz. Das gilt auch, wenn das Individuum eine Teilversicherung abschließt, weil der für eine Behandlung zu zahlende Preis geringer ist als der Preis, den das Individuum ohne Versicherung zu zahlen bereit wäre. Dieser Preiseffekt führt dazu, dass medizinische Leistungen, deren Nachfrage nicht unelastisch sind, optimalerweise nicht versichert werden sollten, so Pauly.

Nyman (1999) entgegnet dieser Theorie, dass der durch Moral Hazard berechnete Wohlfahrtsverlust geringer und insbesondere von den Wohlfahrtsgewinnen einer Versicherung überwogen wird. Einerseits ermöglicht es die Versicherung, dass das Individuum mehr medizinische Leistungen erhält und damit effizienter den Gesundheitszustand verbessert (Transfermotiv). Außerdem erhält ein Individuum durch die Krankenversicherung Zugang zu medizinischen Leistungen, die andernfalls nicht finanzierbar wären.

Empirische Studien wie die von Feldstein (1973) und Feldman und Dowd (1991) bestätigen, dass eine Teilversicherung die Wohlfahrt im Vergleich zu einer Vollversicherung erhöhen kann. Mit den Daten des „Rand Health Insurance Experiment“ zeigen Feldman und Dowd, dass eine Versicherung mit einer Selbstbeteiligung von 1000 US-$ eine höhere Wohlfahrt erzielt als Vollversicherung. Das dadurch entstehende höhere Risiko wird durch den Nutzengewinn aus geringeren Preisen der Angebotsseite sowie einer reduzierten Überschussnachfrage überkompensiert.[2] Ein Vergleich mit der Situation ohne Versicherungsschutz ist jedoch nicht möglich, weil die Daten dazu nicht vorhanden sind.[3]

Der Abschluss einer Teilversicherung hat zur Folge, dass das Individuum ein höheres Anstrengungsniveau wählt als beim Vorliegen von Vollversicherung. Es ist jedoch fraglich, ob das noch zutrifft, wenn das Modell um die Variable ‚Ersparnisse‘ erweitert wird. Immerhin besteht dann auch die Möglichkeit, dem zukünftigen Risiko mittels eines höheren Sparaufkommens zu entgegnen. Deshalb ist es interessant zu analysieren, welchen Einfluss Ersparnisse auf das Verhalten des Individuums haben und wie die Möglichkeit des Sparens die optimale Höhe der Versicherung beeinflusst.

Es ist zu erwarten, dass die optimale Höhe der Versicherung auf die Höhe der Ersparnisse reagiert. Außerdem wird Sparen auch das Verhalten des Individuums beeinflussen. Dabei sind zwei Effekte denkbar: Einerseits kann Sparen die durch Teilversicherung gesetzten Anreize zur Schadensbegrenzung reduzieren. Ersparnisse stellen eine Möglichkeit dar, Konsum stärker zu glätten. Ebendies soll durch das Angebot einer Teilversicherung vermieden werden. Höhere Ersparnisse könnten dazu führen, dass sich Individuen weniger anstrengen. Dann würde auch Sparen einen Moral-Hazard-Effekt ausüben. Auf der anderen Seite kann argumentiert werden, dass höhere Ersparnisse dazu führen, dass Individuen den Schaden eher abwenden möchten, um das Vermögen im Schadensfall nicht ganz aufbrauchen zu müssen.

Das macht deutlich, dass Sparen, ähnlich wie Versicherung, das Verhalten der Individuen ändert. Dabei wird es nicht unerheblich sein, wie die durch Aufwand zu tragenden Kosten modelliert sind. Wenn die aufgebrachten Mühen den Nutzen aus Konsum beeinflussen, hat das sicher andere Verhaltensanreize zur Folge als wenn der Konsumgenuss unabhängig vom Aufwand ist.

---

[2] Eine umfassende Diskussion mehrerer Studien enthält Cutler und Zeckhauser (2000).

[3] Im „Rand Health Insurance Experiment“ wurden z.B. keine Familien beobachtet, die keine Versicherung haben.

Neben den sich daraus ergebenden Implikationen für die Höhe der Versicherung soll in diesem Kapitel der Einfluss von Sparen auf Versicherung sowohl für den Fall mit freiem Zugang zum Kapitalmarkt als auch für liquiditätsbeschränkte Individuen diskutiert werden. Bevor die Analyse durchgeführt wird, sollen die hier zu erbringenden Untersuchungen in die Literatur eingeordnet und kritisch beleuchtet werden.

Moral Hazard kann, abhängig von dem Zeitpunkt der individuellen Aktivitäten, als ex-ante oder ex-post Problematik auftreten [siehe auch Breyer, Zweifel und Kifmann (2004, Kapitel 6) und Zweifel, Breyer und Kifmann (2009, Kapitel 6.4)].

Ex-ante Moral-Hazard-Modelle befassen sich mit Fragestellungen, die Vorsichtsmaßnahmen des Versicherten *vor* einem möglichen Schadenseintritt betreffen. Ist z.B. die Anstrengung eines Arbeitnehmers maßgeblich für eine Kündigung, dann kann vor dem Schadenseintritt der Kündigung die Wahrscheinlichkeit, arbeitslos zu werden, vom Individuum selbst beeinflusst werden. Wenn das für die Versicherung nur schwer oder mit hohen Kosten beobachtbar ist, besteht für das Individuum ein Anreiz, sich weniger anzustrengen und deshalb eher gekündigt zu werden. Das erhöht die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts und demzufolge die erwarteten Ausgaben der Versicherung. Ist dies in der Prämienberechnung nicht einkalkuliert, macht das Versicherungsunternehmen Verluste.

Analog hierzu treten auch im Rahmen von Krankenversicherungsverträgen ex-ante Moral-Hazard-Probleme auf. Sieht ein Vertrag vor, dass sich Versicherte präventiv verhalten (Sport treiben, sich gesund ernähren usw.), dieses aber nicht beobachtbar ist, kann der Anreiz bestehen, kostspielige Präventionsmaßnahmen zu unterlassen – und zwar bereits vor dem möglichen Schadenseintritt. Eine kurze Übersicht über Arbeiten, die sich mit dieser Problematik befassen, ist bei Loubergé (2000) zu finden.

Interessant erscheint in einem ex-ante Moral-Hazard-Modell über die Frage der Substituierbarkeit von Versicherung durch Sparen hinaus, welchen Einfluss die Schadenshöhe auf den Versicherungsvertrag haben kann. Immerhin ist eine spezielle Charakteristik des Risikos „Krankheit“, dass die Behandlungskosten ein Vielfaches des Einkommens übersteigen können, so dass mehr Versicherung sinnvoll ist. Mehr Versicherung könnte aber auch zur Folge haben, dass ein Individuum sich weniger bemüht, präventiv tätig zu werden. Oder wird es sich in Anbetracht des höheren Schadens selbst mehr anstrengen?

Bevor in Kapitel 3.3 dieses ex-ante Moral-Hazard-Modell behandelt wird, liegt der Fokus in Kapitel 3.2 auf ex-post Moral Hazard im Hinblick auf Versicherung und Sparen.

Kennzeichnend für **ex-post Moral-Hazard-Modelle** ist, dass das Schadensausmaß *nach* dem Schadenseintritt individuell beeinflusst werden kann. Im Falle von Krankenversicherungsverträgen besteht das Problem darin, dass der Versicherte und/oder der Arzt einen Anreiz haben, teure Maßnahmen zu wählen, um der Krankheit Linderung oder Heilung zu verschaffen.

In der Arbeitslosenversicherung ist dies relevant, wenn eine Kündigung ausgesprochen wurde. Dann hängt es von den Bemühungen des Individuums ab, wie schnell es eine neue Anstellung findet. Je kürzer die Phase der Arbeitslosigkeit ist, desto geringer sind die Ausgaben der Versicherung.

In diesem Zusammenhang wird auch die Frage aufgegriffen, ob mehr Versicherung Sinn macht, wenn die Wahrscheinlichkeit, den Schaden durch Aufwandsbemühungen zu reduzieren, geringer wird, d.h. wenn es schwerer wird, den Schaden schnell abzuwenden. Diese Frage ist z.B. für die Arbeitslosenversicherung von Bedeutung. In der politischen Debatte wird regelmäßig gefordert, dass ältere Arbeitslose ein höheres Arbeitslosengeld erhalten sollten als jüngere, weil sie schwerer eine neue Anstellung finden. Als Gegenargument könnte man dazu anführen, dass genau deshalb höhere Anreize durch niedrigere Leistungen bestehen sollten, damit sich Ältere verstärkt um eine neue Anstellung bemühen.

Innerhalb derselben Versicherung können also beide Formen von Moral Hazard auftreten. Um Aussagen für beide Probleme herleiten zu können, betrachte ich ein ex-ante und ex-post Moral-Hazard-Modell getrennt voneinander. Eine gemeinsame Betrachtung macht die Herleitung analytischer Ergebnisse äußerst schwierig.

In den vorliegenden Ausarbeitungen wird deutlich werden, dass nicht nur die Wahl der Aufwandskosten-Modellierung, sondern auch die Form des Modells einen Einfluss auf die Ergebnisse haben können. Da z.B. im ex-ante Fall Aufwand vor dem Schadenseintritt betrieben wird, entstehen diese (Nutzen-)Kosten auf jeden Fall und reduzieren den Lebensnutzen insgesamt. Das Erbringen von Aufwand und das Bilden von Ersparnissen fällt in dieselbe Periode, während die Variablen im ex-post Modell zeitlich voneinander getrennt realisiert werden. Das lässt erwarten, dass sich die Ergebnisse nicht entsprechen müssen – vor allem dann nicht, wenn Aufwand einen Einfluss auf den Konsumgenuss hat. Eine solche Aufarbeitung ist bisher aus der umfangreichen Moral Hazard Literatur nicht bekannt.

Viele Arbeiten beschäftigen sich mit den Implikationen von Moral Hazard und diskutieren vor allem im angewandten Bereich Lösungen, wie die von Moral Hazard erzeugte Ineffizienz reduziert werden kann.[4] Vor allem im Bereich der Arbeitslosen-, aber auch in der Krankenversicherung wird das Modell der Sparkonten vermehrt erwähnt.

Sparkonten sollen die mit der klassischen Versicherung einhergehende Moral Hazard Problematik eindämmen, wie Feldstein und Altman (1998, 2007, Seite 56),

> „The UISA („Unemployment Individual Savings Accounts“) can therefore in principle provide the same level of protection to the unemployed with less of the adverse incentives that now increase the frequency and duration of unemployment.“

oder Vodopivec (2006, Seite 5)

> „The most important advantage of the system is arguably the reduction in the moral hazard inherent in traditional unemployment insurance, because the system internalizes the costs of unemployment benefits.“

argumentieren.

Die Ausgestaltung der Konten kann ganz unterschiedlicher Natur sein, wie Vodopivec (2005) für den Fall der Sparkonten in der Arbeitslosenversicherung („Unemployment Individual Savings Accounts“, sog. UISA) festhält. Wenn der Kontostand immer positiv sein muss, spricht man von „pure UISA“. Darüber hinaus gehende Beträge muss das Individuum selbst bezahlen. Demgegenüber existiert die Möglichkeit, das Konto bis zu einem bestimmten Betrag zu belasten („UISA-cum-borrowing“). Wenn der Kredit nicht zurückbezahlt werden kann, springt die Versichertengemeinschaft ein. Eine weitere Form stellen „UISA-cum-solidarity-fund“-Konten dar, bei welchen die Versichertengemeinschaft dann einspringt, sobald das Guthaben auf dem Konto aufgebraucht ist.

[4] Ein gute Übersicht über Entwicklungen im Bereich der Arbeitslosenversicherung bieten z.B. Karni (1999) oder Fredriksson und Holmlund (2006).

Zusätzlich machen Bovenberg, Hansen und Sørensen (2008) in ihrem Literaturüberblick deutlich, dass mit diesen Konten multiple Risiken problemlos abgedeckt werden können – eine solche „Umbrella-Policy“, d.h. ein Schutzschirmvertrag mit individuellem Selbstbehalt, ist im Sinne von Gollier und Schlesinger (1995) optimal, wenn die Risiken unabhängig voneinander sind.

Sparkonten stellen, wie auch immer sie ausgestaltet sein mögen, eine verpflichtende Selbstversicherung dar. Ob diese Lösung optimal ist, reduziert sich letzten Endes auf die Frage, in welchem Umfang Versicherung durch individuelles Sparen ersetzt werden kann oder muss, wenn damit Verhaltensänderungen des Individuums im Sinne von Moral Hazard verbunden sind. Die dahingehende Aussage von Vodopivec (2006, Seite 72), dass entsprechend Ehrlich und Becker (1972) Selbstversicherung eine angemessene Konsumglättung – ähnlich wie bei der reinen Versicherungslösung – ermöglicht, ist gewagt, da Ehrlich und Becker keine Ersparnisse, sondern ein Modell mit Marktversicherung, klassischer Selbstversicherung, aber ohne Ersparnisse betrachtet haben. Sparen stellt einen Vermögenstransfer in eine andere Periode dar. Die von Ehrlich und Becker betrachtete Ausgabe für Selbstversicherung hingegen reduziert die Höhe des möglichen Schadens. Das ist eine Investition in die Schadenshöhe, aber kein Vermögenstransfer wie im Fall von Ersparnissen. Selbst wenn die Aussage von Vodopivec (2006) richtig wäre, nämlich dass Versicherung durch Selbstversicherung substituierbar ist, wie Ehrlich und Becker (1972) zeigen, dann bleibt immer noch die Frage, wie Ersparnisse im Zusammenhang mit Selbstschutz und Versicherung zu bewerten sind. Hier beeinflusst das Individuum die Wahrscheinlichkeit eines Schadenseintritts. Die Analyse von Ehrlich und Becker macht deutlich, dass Selbstschutz und Versicherung Komplemente oder Substitute sein können. Die durch Aufwand entstehende Reduktion der Schadenswahrscheinlichkeit hat zwei Effekte: Die Prämie wird günstiger, da die erwarteten Ausgaben der Versicherung sinken. Gleichzeitig reduziert mehr Aufwand die Einkommen oder den Nutzen in allen Zuständen. Es ist unklar, welcher Effekt überwiegt. Nicht zuletzt deshalb ist eine theoretische Aufarbeitung der Aussage von Vodopivec (2006) notwendig.

Im Bereich der UISA wurden bereits theoretische Arbeiten verfasst, die Sparkonten anders begründen. Beispielsweise betrachten Sørensen (2003) und Bovenberg und Sørensen (2004) Sparkonten als eine Möglichkeit, die verzerrende Wirkung der als Steuer empfundenen Beiträge zu den Sozialversicherungen zu reduzieren und bieten damit eine analytische Grundlage für das Konzept der Sparkonten von Folster (1999, Seite 93f):

> „The basic idea is that mandatory payments into a personal savings account replace most of the taxes currently used to finance unemployment benefits, sickness benefits, parental leave, pensions and all other social insurances. When the need arises people are allowed to withdraw from their account instead of receiving benefits.“

Sørensen (2003) zeigt für eine Gesellschaft mit reichen und armen Individuen, dass der Einsatz von Sparkonten wohlfahrtssteigernd ist, wenn die Reduktion der Einkommenssteuer höher ist als der Beitrag zu den Sparkonten, d.h. insbesondere wenn die Steuerreduktion das Arbeitsangebot der Reichen nicht reduziert. Die Intuition ist, dass ein Arbeiter einen Großteil seiner für die Sozialversicherung entrichteten Beiträge über Transfers im Laufe seines Lebens wieder erhält. Da die Beiträge im Sinne eines Steuerkeils Verzerrungen verursachen, scheint es Sinn zu machen, einen Teil der Sozialversicherung über Sparkonten zu finanzieren, um die Beiträge und damit die verzerrende Wirkung dieser Steuern reduzieren zu können.

Ein um eine weitere Einkommensgruppe erweitertes Modell von Bovenberg und Sørensen (2004) erzielt dieselben Ergebnisse, wobei die Autoren annehmen, dass sich die Suchanstrengung der arbeitslosen Individuen infolge einer Reform hin zu Sparkonten nicht ändert [siehe Gleichung (18) in Verbindung mit (23)-(24) oder (33)-(34)] – dies ist jedoch sehr einschränkend, wenn Sparkonten als Möglichkeit angesehen werden, Moral Hazard Effekte zu reduzieren. Die Zielrichtung jener Modelle liefert deshalb keine Antwort auf die hier aufgeworfene Frage der Substituierbarkeit von Versicherung durch individuelles Sparen bei Verhaltensanpassungen von Versicherten.

Eine andere Herangehensweise verfolgen Orszag, Orszag, Snower und Stiglitz (1999) sowie Orszag und Snower (2002). Sie untersuchen in einem ex-ante Moral-Hazard-Modell, ob Sparkonten im Vergleich zum herkömmlichen System einen Rückgang der Arbeitslosigkeit zur Folge haben: Moral Hazard entsteht in diesem Fall dadurch, dass es von der Höhe der Anstrengung in Form von weniger Freizeit abhängt, ob eine Weiterbeschäftigung oder nach einer Kündigung eine Beschäftigung wahrscheinlicher wird. Bei gegebenem Lohnersatzniveau strengt sich das Individuum mehr an (genießt weniger Freizeit), wenn es über Sparkonten abgesichert ist.

Diese Analyse leidet jedoch darunter, dass die Autoren das Lohnersatzniveau bei Arbeitslosigkeit als gegeben betrachten. Sie nehmen an, dass die Versicherungsdeckung in der herkömmlichen Arbeitslosenversicherung und im Sparkontensytem gleich hoch ist, lediglich ihre Finanzierung ändert sich. Während im herkömmlichen Arbeitslosenversicherungssystem der Lohnersatz der Arbeitslosen von den Arbeitenden finanziert wird, ermöglichen Sparkonten einen niedrigeren Beitrag zur Versicherung, weil nur noch Individuen finanziert werden müssen, die zu wenig Guthaben auf ihrem Konto haben. Der als Steuer empfundene Beitrag zur Versicherung sinkt, wenn man Sparkonten betrachtet, und erhöht deshalb die Anstrengung, in Arbeit zu kommen oder zu bleiben. Ob diese Lösung, insbesondere die Annahme des konstanten Versicherungsniveaus, optimal im Sinne eines optimierten individuellen Erwartungsnutzens ist, bleibt unbeantwortet. Auch die um private Ersparnisse der Individuen erweiterte Analyse von Brown, Orszag und Snower (2008) bleibt diese Antwort schuldig. In ihrer Arbeit zeigen die Autoren außerdem, dass Individuen im Optimum, gegeben verschiedener Versicherungsniveaus, freiwillig weniger sparen würden, so dass das Zwangssparen bei Sparkonten seine Berechtigung erhält. Diese Aussage möchte ich für ein optimiertes System überprüfen.

Das ex-post Moral-Hazard-Modell von Stiglitz und Yun (2005) kommt am nächsten an diese Fragestellung der Substituierbarkeit von Versicherung durch Sparen heran. Die Autoren modellieren bei asymmetrischen Informationen über die Suchanstrengung eines arbeitslosen Individuums ein sog. *integriertes Arbeitslosenversicherungssystem*, das eine steuerfinanzierte Arbeitslosenversicherung mit integriertem Renten-Sparkonto vorsieht, in welches das Individuum Beiträge einzahlt. Ohne Integration liegt die herkömmliche Arbeitslosenversicherung vor. In einem vollkommen integrierten System finanziert das arbeitslose Individuum seinen Konsum allein durch die Beleihung seines Rentensparkontos. Die Autoren charakterisieren in ihrer Arbeit den optimalen Mix dieser Versicherungsmöglichkeiten, wenn das Individuum einmal, zu Beginn des Lebens, arbeitslos werden kann.

Ein zentraler Punkt in der Analyse von Stiglitz und Yun stellt die Annahme liquiditätsbeschränkter Individuen dar. Ohne diese sehen die Autoren keine Begründung für eine (teilweise) Integration der Renten- in die Arbeitslosenversicherung. Das Individuum kann dann den durch die Arbeitslosigkeit entstehenden Konsumschock neben einer Teilversicherung der Arbeitslosenversicherung über den Kapitalmarkt selbst ausgleichen.

Unterliegt das Individuum jedoch Kreditrestriktionen, ist dies nicht im selben Maße möglich. Der Staat kann dieses Problem aufheben, wenn er erlaubt, zukünftiges Einkommen in Form der Renten des Renten-Sparkontos zu beleihen. Die Autoren zeigen damit, dass auf den Versicherungsschutz verzichtet werden kann, wenn die Dauer der Arbeitslosigkeit im Vergleich zum Lebenshorizont verschwindend gering ist (Proposition 3). Wenn Arbeitslosigkeit einen größeren Anteil im Leben eines Individuums ausmacht, dann ist eine Integration der Arbeitslosen- in die Rentenversicherung umso sinnvoller, je geringer die Risikoaversion und je höher die Elastizität der Wiederbeschäftigung in Bezug auf das Lohnersatzniveau ist (Proposition 5). Diese Ergebnisse kommen mit der Annahme zustande, dass der Staat oder die Versicherung die Höhe der von den Individuen gebildeten Ersparnisse kontrollieren kann.

Im Bereich der Gesundheitssparkonten sparen Individuen einen Teil ihres Einkommens, um mit den Ersparnissen die Ausgaben für Gesundheitsleistungen zu decken. Neben Cardon und Showalter (2003, 2007) stellt vor allem Schreyögg (2002, 2004) einen guten Überblick über die theoretische Diskussion im Bereich der Gesundheitssparkonten dar. Gesundheitssparkonten können, so der Autor, einerseits ex-ante Moral Hazard eindämmen, da Individuen die Notwendigkeit der Prävention höher einschätzen. Gleichzeitig führt diese Art der Versicherung zu einem höheren Kostenbewusstsein der Patienten, so dass damit ex-post Moral Hazard entgegengewirkt werden kann.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die hier besprochenen Arbeiten entweder von einer exogen gegebenen Versicherungsdeckung ausgehen oder das Verhalten von Individuen beim Übergang zu einem anderen System als konstant gegeben betrachten. Auch der Einfluss von Sparen auf den Aufwand des Individuums wird im Rahmen der Arbeit von Stiglitz und Yun (2005) nur am Rande besprochen. Hier soll angesetzt und gezeigt werden, dass ex-post und ex-ante Moral-Hazard-Modelle bei unterschiedlichen Kostenmodellierungen für die Ergebnisse entscheidend sein können. Beispielsweise betrachten Stiglitz und Yun (2005) ein ex-post Moral-Hazard-Modell mit einer in Konsum und Aufwand additiven Nutzenfunktion, während Orszag, Orszag, Snower und Stiglitz (1999) sowie Orszag und Snower (2002) die Frage der Sparkonten anhand eines ex-ante Moral Hazard Problems mit in Aufwand und Konsum multiplikativer Nutzenfunktion diskutieren.

Wenn der Nutzen aus Konsum vom Aufwandniveau abhängt, wie es bei einer solchen Modellierung der Fall sein kann, dann hat die Sparentscheidung bestimmt einen Einfluss auf den Aufwand. Gleichzeitig ist es intuitiv auch vorstellbar, dass ein Individuum mit hohen Ersparnissen keine Notwendigkeit sieht, sich darum zu bemühen, den Schaden abzuwenden, selbst wenn sein Konsumgenuß nicht direkt vom Aufwand abhängt. Wenn Sparen einen Einfluss auf die Höhe des Aufwandes hat, dann dürfte es einen Unterschied machen, ob die Ersparnisse von der Versicherung beobachtbar sind oder nicht. Diese Tatsache sowie die daraus resultierenden Effekte und Politikempfehlungen werden in meiner Analyse eines ex-ante und ex-post Moral-Hazard-Modells dargestellt.

Die restlichen Abschnitte gliedern sich wie folgt: Zuerst wird innerhalb des ex-post Moral-Hazard-Modells in zwei Perioden die Lösung für symmetrische und asymmetrische Informationen besprochen, wobei zwischen der Möglichkeit beobachtbarer und unbeobachtbarer Ersparnisse unterschieden wird. Das Verhalten liquiditätsbeschränkter Individuen steht explizit im Vordergrund. In einer Erweiterung des Modells erfolgt die Analyse, ob höhere Leistungen der Versicherung optimal sind, wenn es schwerer wird, den Schaden zu verhindern. Das ist für die Diskussion innerhalb der Arbeitslosenversicherung über die Höhe der Leistung älterer Arbeitsloser von Bedeutung. In Abschnitt 3.3 wird ein ex-ante Moral-Hazard-Modell aufgestellt. Innerhalb eines 2-Perioden-Modells wird der Unterschied zwischen von Individuen gewählten und von der Versicherung beobachteten Ersparnissen analysiert. Die Betrachtung des optimalen Vertrages bei Liquiditätsbeschränkung sowie die Simulation eines Beispiels machen die Unterschiede zum ex-post Moral-Hazard-Modell deutlich. Der Abschnitt schließt mit der Reflexion des besonders hohen Kostenrisikos bei Krankheit.

Die Zusammenfassung sieht auf Grundlage der erzielten Ergebnisse eine spezielle Diskussion des Reformvorschlags der Sparkonten vor.

3.2 Ein ex-post Moral Hazard Modell

Ein risikoaverses Individuum erhält in der Periode t das exogene Einkommen Y_t für $t = 1,2$. In Periode 2 kann mit Wahrscheinlichkeit $0 < \pi < 1$ ein Schaden eintreten. An dieser Stelle kommt die Moral Hazard Problematik durch die Annahme ins Spiel, dass Aufwandsbemühungen e zu einer Reduktion des zufälligen Verlustes führen. Bedingt auf einen Schadenseintritt gebe es zwei mögliche Verlustzustände $L_1 = 0 < L_2 = L$. Abhängig vom Aufwand e tritt der Schaden L_2 mit Wahrscheinlichkeit $p(e)$ und $L_1 = 0$ mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - p(e)$ ein. Nach Schadenseintritt ist es also möglich, die Höhe des Schadens durch persönlichen Aufwand zu beeinflussen. Da hier die Wahrscheinlichkeit eines Schadenseintritts nicht beeinflusst werden kann, wohl aber die Höhe des eintretenden Schadens, entspricht das Aufbringen von Aufwand e nach Winter (2000) einer Selbstversicherung (oder „Loss Reduction“). Es wird angenommen, dass $p'(e) < 0$ und $p''(e) > 0$.

Ein Schaden kann zu Beginn von Periode 2 gegen die Zahlung einer Prämie P, die den erwarteten Ausgaben der Versicherung entspricht, abgesichert werden. Die Auszahlungen der Versicherung bei Eintritt des Schadens $L > 0$ entspricht I.

Eine solche Modellierung kann z.B. für die Arbeitslosen- oder Krankenversicherung relevant sein, wie die folgenden Anwendungsmöglichkeiten verdeutlichen.

Anwendungsmöglichkeiten des Modells

- **Arbeitslosenversicherung:**
  Eine Möglichkeit der Anwendung des Modells besteht in der Arbeitslosenversicherung. Mit $L = Y_2$ beschreibt das Modell die durch Arbeitslosigkeit entstehende Situation. Ein Individuum, das zu Beginn von Periode 1 mit der Wahrscheinlichkeit π gekündigt wird, kann durch den Suchaufwand e die Wahrscheinlichkeit des tatsächlichen Schadenseintritts beeinflussen. Je höher e, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, schnell wieder in Arbeit zu kommen und das exogene Einkommen Y_2 zu erhalten. Durch das Erbringen von e ist es möglich, die Dauer der Arbeitslosigkeit zu reduzieren. Diese Interpretation folgt dem Modell von Stiglitz und Yun (2005).

- **Krankenversicherung:**
  Bestimmte Erkrankungen wie eine Erkältung können schnell und vergleichsweise günstig behandelt werden. Das Individuum kann ein Medikament nehmen und seinen gewohnten Aktivitäten nachgehen oder zu Hause bleiben. Freizeitaktivitäten bergen dagegen die Gefahr, dass die Erkältung „verschleppt“ wird.

Mit der Wahrscheinlichkeit π erkrankt das Individuum. e beschreibt dann den Aufwand, den das Individuum hat, seinen Freizeitaktivitäten nicht nachzugehen, um schneller wieder gesund zu werden und damit keine hohen Behandlungskosten zu verursachen. Wenig Aufwand (das Individuum genießt Freizeitaktivitäten) kann eine schwerere Erkältung nach sich ziehen, verbunden mit den Kosten für die Behandlung in Höhe von L.

Das Erbringen von Aufwand ist nicht kostenlos. Weiterhin sei angenommen, dass das Aufbringen von Aufwand bei Schadenseintritt eine Nutzenreduktion zur Folge hat. Der erzielte Nutzen aus Konsum C und Aufwand e sei

$$U(C,e).$$

Ferner sei $U_e = \partial U/\partial e < 0$ und $U_{ee} = \partial^2 U/\partial e^2 < 0$, so dass das Aufbringen einer weiteren Einheit e einen immer höheren Verlust an Grenznutzen mit sich bringt. Bezüglich des Konsums sei abnehmender Grenznutzen mit $U_c = \partial U/\partial c > 0$ und $U_{cc} = \partial^2 U/\partial c^2 < 0$ angenommen. In Periode 1 sowie für den Fall, dass kein Schaden eintritt, wird kein Aufwand geleistet, so dass $e = 0$. Damit sind verschiedene Modelle denkbar. In der Berechnung steht die Möglichkeit im Vordergrund, dass der Aufwand additiv oder multiplikativ in die Nutzenfunktion eingeht.

- **Multiplikative Nutzenfunktion:**

$$U(C,e) = u(C)v(\alpha - e),$$

wobei α eine Konstante ist. Damit ist

$$\begin{aligned} U_c &= u'(C)v(\alpha - e) > 0, & U_{cc} &= u''(C)v(\alpha - e) < 0, \\ U_e &= -u(C)v'(\alpha - e) < 0, & U_{ee} &= u(C)v''(\alpha - e) < 0, \\ U_{ce} &= -u'(C)v'(\alpha - e) < 0, \end{aligned}$$

für $v'(\alpha - e) > 0$ und $v''(\alpha - e) < 0$. Für $e = 0$ ist $v(\alpha) > 0$. Die Variable α bestimmt z.B. den Nutzen, den das Individuum aus Freizeitaktivitäten hat. Wenn ein Schaden eingetreten ist, muss es e aufbringen, um ihn abwenden zu können. $U_{ce} < 0$ bedeutet, dass eine Einheit mehr e den Grenznutzen aus Konsum reduziert. Das kann z.B. der Fall sein, wenn Aufwand das Individuum nervös macht oder unter psychischen

Druck setzt und infolgedessen Konsum nicht mehr so wertgeschätzt werden kann. Jede Einheit mehr Konsum bringt dann einen immer geringeren Grenznutzen mit sich.

- **Additive Nutzenfunktion:**

$$U(C,e) = u(C) + v(\alpha - e),$$

mit

$$\begin{aligned} U_c &= u'(C) > 0, & U_{cc} &= u''(C) < 0, \\ U_e &= -v'(\alpha - e) < 0, & U_{ee} &= v''(\alpha - e) < 0, \\ U_{ce} &= 0, \end{aligned}$$

für $v'(\alpha - e) > 0$ und $v''(\alpha - e) < 0$. Für $e = 0$ ist $v(\alpha) > 0$. Diese Modellierung beinhaltet im Ansatz das Modell von Stiglitz und Yun (2005). Hier hat das Aufbringen von Aufwand keinen Einfluss auf den Konsumgenuss.

Wie später deutlich werden wird, sind die Ergebnisse von der Kreuzableitung der Nutzenfunktion nach Konsum und Aufwand abhängig. Eine positive Kreuzableitung bedeutet, dass der Grenznutzen bezüglich des Konsums steigt, wenn das Individuum mehr Aufwand betreibt. Entsprechend beschreibt eine negative Kreuzableitung, dass der Grenznutzen aus Konsum sinkt, wenn mehr Aufwand betrieben wird. Für den Fall $U_{ce} = 0$ wird der Grenznutzen durch Aufwandsbemühungen nicht beeinträchtigt.

Die dem Individuum zur Verfügung stehenden Konsumniveaus C_i, $i = 1, N, L$ werden durch

$$\begin{aligned} C_1 &= Y_1 - S, \\ C_N &= Y_2 + S - P = Y_2 + S - \pi p(e) I, \\ C_L &= Y_2 + S - P - L + I = Y_2 + S - \pi p(e) I - L + I, \end{aligned} \tag{3.1}$$

charakterisiert, wobei S die Höhe der Ersparnisse beschreibt, welche das Individuum in Periode 1 bilden kann. Der Zins r sei Null. Abbildung 3.1 macht die Struktur des Modells deutlich.

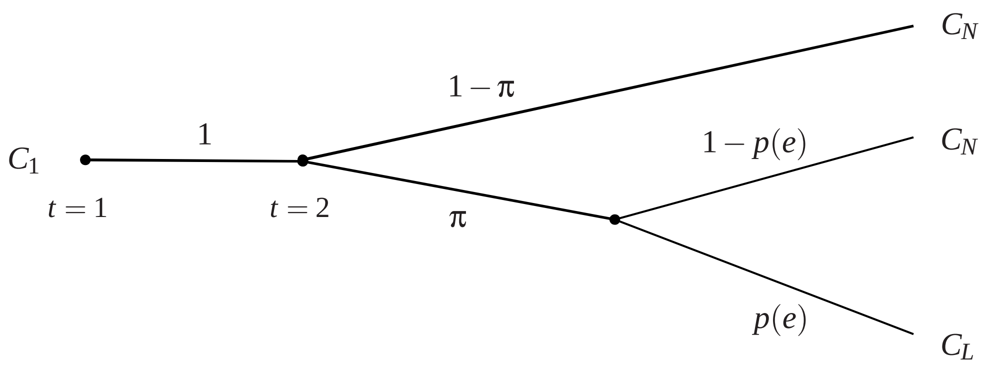


Abbildung 3.1: *Wahrscheinlichkeitsbaum des ex-post Moral-Hazard-Modells.*

Damit entspricht der zu maximierende Erwartungsnutzen des Individuums

$$EU = U(C_1,0) + \pi\left[p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e)\right] + (1-\pi)U(C_N,0). \tag{3.2}$$

In der ersten Periode sowie im Zustand N in der zweiten Periode wird kein Aufwand aufgebracht, so dass hier keine Nutzenreduktion stattfindet. Es ist $e=0$. Die Maximierung des Erwartungsnutzens erfolgt unter den Nebenbedingungen, dass die Versicherungsdeckung die Restriktion $0 \leq I \leq L$ erfüllt und das Aufwandniveau nicht negativ werden darf, d.h.

$$\begin{aligned} 0 \leq I \leq L, \\ e \geq 0. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Wie hoch darf die Versicherung nun sein, damit sich die Individuen in ausreichendem Maße anstrengen, um die Wahrscheinlichkeit eines hohen Schadens zu reduzieren? Welchen Einfluss hat das auf die Höhe der gebildeten Ersparnisse?

3.2.1 First-best Lösung

Wenn die Versicherung den Aufwand e und die Ersparnisse S des Individuums beobachten kann, d.h. symmetrische Informationen vorliegen, sind die Bedingungen erster Ordnung entsprechend des Kuhn-Tucker-Theorems für die optimale Wahl der Ersparnisse S, des

Aufwandes e sowie der Versicherungsleistung I gegeben durch

$$\begin{aligned} EU_e = {} & \pi p'(e)[U(C_L,e) - U(C_N,e)] \\ & - \pi p'(e) I \big[\pi p(e) U_c(C_L,e) + \pi(1-p(e)) U_c(C_N,e) + (1-\pi) U_c(C_N,0)\big] \\ & + \pi \big[p(e) U_e(C_L,e) + (1-p(e)) U_e(C_N,e)\big] \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad e_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad e_{FB} > 0, \end{cases} \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$EU_S = -U_c(C_1,0) + \pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0) = 0, \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} EU_I = {} & \pi p(e)[(1-\pi p(e))U_c(C_L,e) - \pi(1-p(e))U_c(C_N,e) - (1-\pi)U_c(C_N,0)] \\ & \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{FB} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = L. \end{cases} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Abhängig davon, wie die Aufwandskosten modelliert werden, ergeben sich verschiedene Lösungen, unter der Annahme, dass für I und e innere Lösungen existieren.

Aufwand geht additiv in die Nutzenfunktion ein

Aus $U(C,e) = u(C) + v(\alpha - e)$ folgt

$$U_c(C,e) = u_c(C) \quad \text{und} \quad U_e(C,e) = -v'(\alpha - e).$$

Die Bedingung (3.6) führt dann zur Aussage, dass Vollversicherung

$$I_{FB} = L,$$

bzw. $C_N = C_L$ optimal ist. Mit (3.5) folgt weiter $C_1 = C_N = C_L = C$, wobei

$$S_{FB} = \frac{1}{2}\big(Y_1 - Y_2 + \pi(e)L\big).$$

Ist das Individuum nicht liquiditätsbeschränkt, so ist das Motiv zum Sparen das Erzielen vollständiger Konsumglättung. Da die Versicherung das Risiko komplett eliminiert, ist Vorsichtssparen nicht nötig, sofern wie hier betrachtet, keine Kreditrestriktionen bestehen. Das bedeutet, dass das von Dionne und Eeckhoudt (1984) beschriebene, für eine faire Versicherung geltende Separationstheorem [siehe dazu die Seiten 12 und 16], auch im First-best eines Versicherungsmodells Anwendung findet, wo der Versicherte den Schadenseintritt in irgendeiner Art und Weise beeinflussen kann.

Folgerung 3.1 *Das Separationstheorem gilt auch in einem First-best Modell, wo die Versicherung Verhaltensänderungen des Individuums verursacht, wenn Konsum und Aufwand additiv in die Nutzenfunktion eingehen.*

Aus der ersten Bedingung erster Ordnung ergibt sich das vom Individuum zu erbringende Aufwandniveau e_{FB},

$$-\pi p'(e) I u_c(C) = v'(\alpha - e).$$

Die Kosten für ein marginal höheres e entsprechen dem dadurch erzielten Gewinn an Grenznutzen aus einer geringeren Prämienzahlung.

Ist das Individuum liquiditätsbeschränkt, so dass $S = 0$ und $C_1 \leq C_N = C_L$, dann ist weiterhin Vollversicherung optimal. Allerdings führt sie für eine innere Lösung von e dazu, dass mehr Aufwand optimal ist, da

$$EU_e = -\pi p'(e) I u_c(C) - \pi v'(\alpha - e) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial e}{\partial S} = -\frac{-\pi p'(e) I u_{cc}(C)}{EU_{ee}} > 0.$$

Aufwand geht multiplikativ in die Nutzenfunktion ein

Aus $U(C,e) = u(C)v(\alpha - e)$ folgt

$$U_c(C,e) = u_c(C)v(\alpha - e) \quad \text{und} \quad U_e(C,e) = -u(C)v'(\alpha - e).$$

Man kann aus (3.6) wegen

$$EU_I|_{I=L} = \pi p(e)(1-\pi)U_c(C)\left(v(\alpha - e) - v(\alpha)\right) < 0$$

folgern, dass

$$C_N > C_L,$$

da $v(\alpha - e) < v(\alpha)$.

Das Aufwandniveau e_{FB} realisiert sich entsprechend der Gleichung (3.4) aus

$$\begin{aligned} EU_e = {} & \pi p'(e)[u(C_L) - u(C_N)]v(\alpha - e) - \pi p'(e)I(1-\pi)u_c(C_N)v(\alpha) \\ & - \pi p'(e)I\left[\pi p(e)u_c(C_L) + \pi(1-p(e))u_c(C_N)\right]v(\alpha - e) \\ & - \pi\left[p(e)u(C_L) + (1-p(e))u(C_N)\right]v'(\alpha - e) \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad e_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad e_{FB} > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Das eher überraschende Ergebnis im First-best, dass Teilversicherung optimal ist, lässt sich anhand der Kreuzableitung der Nutzenfunktion nach Konsum und Aufwand, $U_{ce} < 0$, erklären. Wenn der Grenznutzen aus Konsum mit dem Aufwand abnimmt, will das Individuum seine Versicherungsdeckung reduzieren. Eine Einheit mehr Konsum mit $e > 0$ hat einen geringeren Grenznutzen zur Folge als eine Einheit mehr Konsum mit $e = 0$. Vollversicherung ist nur dann optimal, falls $e = 0$. Da dies aus (3.4) nicht zwingend folgen muss, wird im First-best $e > 0$ mit

$$I_{FB} < L$$

realisiert. Zusammen mit (3.5) folgt deshalb

$$C_1 > C_N > C_L. \tag{3.7}$$

Ein liquiditätsbeschränktes Individuum mit $S = 0$ realisiert in Periode 2 in allen Zuständen ein höheres Konsumniveau, da es implizit dazu gezwungen wird, mehr zu sparen. Welche Wirkung das im First-best auf I und e hat, ist wegen der Komplexität des Problems nicht zu ermitteln.

Unabhängig von der Modellierung der Aufwandskosten bringt das Individuum entsprechend (3.4) Aufwand auf, um die Wahrscheinlichkeit zu erhöhen, den Zustand N zu erreichen. Sollte das Individuum dies unterlassen, wird die Versicherung das bestrafen, da e beobachtbar ist.

Wenn Aufwand nicht beobachtbar ist, hat das Individuum immer einen Anreiz, weniger Aufwand zu betreiben. Das wird der folgende Abschnitt belegen.

3.2.2 Asymmetrische Informationen

Der ex-post Nutzen eines Individuums nach Schadenseintritt, nachdem also bereits über S und I entschieden und die Prämie P bezahlt wurde, ist

$$\mathcal{U} = p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e),$$

mit

$$\mathcal{U}_e = p'(e)\left[U(C_L,e) - U(C_N,e)\right] + p(e)U_e(C_L,e) + (1-p(e))U_e(C_N,e).$$

Wird ein Vertrag mit Vollversicherung abgeschlossen, dann ist

$$\mathcal{U}_e|_{C_L=C_N} = U_e(C_N,e) < 0.$$

Wenn die Versicherung nicht beobachten kann, wie hoch das realisierte e ist und infolgedessen ein solches Verhalten nicht sanktionieren kann, dann hat das Individuum nach Schadenseintritt immer einen Anreiz, ein geringeres e zu wählen.

Wird wie im First-best bei einer in Aufwand und Kosten *multiplikativen Nutzenfunktion* eine Teilversicherung abgeschlossen, dann hat das Individuum nach Schadenseintritt ebenfalls den Anreiz, ein geringeres e zu realisieren, da entsprechend Gleichung (3.4),

$$\mathcal{U}_e|_{e=e_{FB}} = p'(e)I\left[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e) + (1-\pi)U_c(C_N,0)\right] < 0.$$

Um einen höheren Nutzen zu erzielen, wird das Individuum auch bei einer multiplikativen Nutzenfunktion ein geringeres e wählen als aus Sicht der First-best Lösung optimal erscheint, wenn die Versicherung das Anstrengungsniveau nicht beobachten kann.

Wenn die tatsächliche Realisierung von e nicht oder nur mit hohen Kosten in Erfahrung gebracht werden kann, wird die Versicherung ein solches Verhalten nicht sanktionieren. Hat die Kalkulation der Prämienzahlung darauf basiert, dass das Individuum im Schadensfall e Einheiten Aufwand betreibt und damit die Wahrscheinlichkeit steigt, keine Versicherungsdeckung bezahlen zu müssen, wird die Versicherung in der Folge Verluste machen.

Es gibt zwei Möglichkeiten, diesem Problem zu begegnen: Entweder kalkuliert die Versicherung mit ein, dass das Individuum $e = 0$ realisieren wird oder sie zieht die Verhaltensänderungen der Individuen in ihr Versicherungsangebot mit ein. Ersteres führt bei asymmetrischen Informationen mit $e = 0$ (und daraus folgend $p(e) = 1$) zur Maximierung des Erwartungsnutzens,

$$\max_{I,S} \quad EU_{e=0} = U(Y_1 - S, 0) + \pi U(Y_2 + S - \pi I - L + I, 0) + (1-\pi)U(Y_2 + S - \pi I, 0). \quad (3.8)$$

Die Lösung des Problems,

$$I_{e=0} = L \quad \text{und} \quad S_{e=0} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 + \pi L), \quad (3.9)$$

entspricht der gewöhnlichen Lösung des Versicherungsproblems mit Sparen ohne Loading. Im Vergleich zum First-best ist diese Lösung weniger effizient, da das Individuum weniger Aufwand erbringt,

$$e = 0 < e_{FB}.$$

Das gilt auch für liquiditätsbeschränkte Individuen, die

$$I_{e=0} = L \quad \text{und} \quad S_{e=0} = 0$$

wählen.

Bezieht das Versicherungsunternehmen die Verhaltensreaktion des Individuums in seine Überlegungen mit ein, dann kann sowohl eine Second- als auch eine Third-best Lösung bestimmt werden. Differenziert wird in der Darstellung zwischen diesen Ansätzen:

- Das Individuum kann über seine Ersparnisse frei entscheiden (Third-best) und
- der Versicherer kontrolliert neben der Höhe der Versicherung auch die Ersparnisse (Second-best).

3.2.3 Third-best Lösung mit unbeobachtbaren Ersparnissen

Für den Fall, dass das Individuum selbst über die Höhe seiner Ersparnisse entscheiden kann, wird ein mehrstufiges Spiel gelöst, welches als „Spiel FS“ bezeichnet wird:

1. Der Versicherer legt die Prämie und die Höhe der Versicherungsdeckung so fest, dass der ex-ante Erwartungsnutzen des Individuums maximiert wird und die Prämie den erwarteten Ausgaben entspricht. Dabei gehen die durch die Versicherung gesetzten Verhaltensanreize des Individuums als Nebenbedingung in die Optimierung ein.

2. Das Individuum maximiert seinen Erwartungsnutzen über die Höhe seiner Ersparnisse, wobei die Prämie und die Versicherungsdeckung als gegeben betrachtet werden. Die Wirkung von Sparen in Bezug auf den Aufwand e wird in die Optimierung einbezogen.

3. Das Individuum maximiert seinen Erwartungsnutzen über die Höhe des Aufwandes e, wobei es die Prämienzahlung, die Versicherungsdeckung I sowie die Ersparnisse S als gegeben betrachtet.

Der Index FS macht deutlich, dass diese Lösung den Fall beschreibt, dass das Individuum frei über die Höhe seiner Ersparnisse entscheidet (freies Sparen).

Optimale Höhe des Aufwandes

Rückwärtsinduktion verlangt nun die Lösung des Problems

$$\begin{aligned}\max_{e} \quad EU = {} & U(Y_1-\overline{S},0)+(1-\pi)U(\underbrace{Y_2+\overline{S}-\overline{P}}_{C_N},0)\\ & +\pi[p(e)U(\underbrace{Y_2+\overline{S}-\overline{P}-L+\overline{I}}_{C_L},e)+(1-p(e))U(\underbrace{Y_2+\overline{S}-\overline{P}}_{C_N},e)].\end{aligned}$$

Angenommen es existiere im Third-best (TB) ein Optimum im Wert $e_{TB} \geq 0$.

Dann muss nach dem Kuhn-Tucker-Theorem die folgende notwendige Bedingung erster Ordnung erfüllt sein:

$$\begin{aligned}EU_e = {} & \pi p'(e)\big[U(C_L,e)-U(C_N,e)\big]\\ & +\pi\big[p(e)U_e(C_L,e)+(1-p(e))U_e(C_N,e)\big]\begin{cases}\leq 0, & \text{falls} \quad e_{TB}=0,\\ =0, & \text{falls} \quad e_{TB}>0.\end{cases}\end{aligned} \tag{3.10}$$

Falls $C_N > C_L$ ist, ist das Aufwandniveau positiv, d.h. $e_{TB} > 0$. Wird Vollversicherung mit $C_L = C_N$ gewählt, dann ist $e_{TB} = 0$. Durch das Angebot einer Teilversicherung kann die Versicherung also ein positives Aufwandniveau realisieren. Denn es ist optimal, seinen Aufwand so zu wählen, dass die Grenzkosten der Suche höchstens so hoch sind wie der durch den Wechsel vom Zustand L in den Zustand N zu erzielende Nutzenzuwachs.

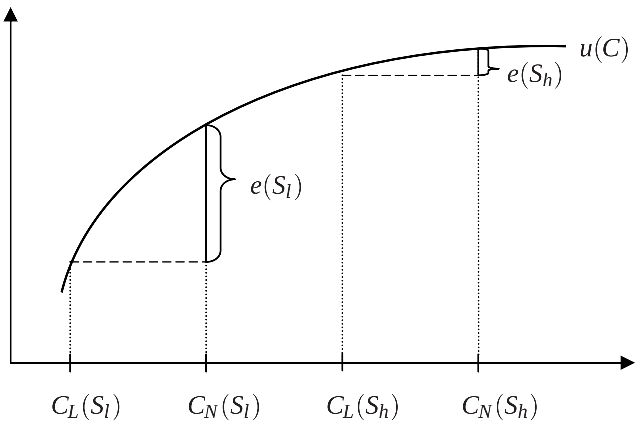


Abbildung 3.2: *Anstrengung bei höheren Ersparnissen.*

Die Bedingung zweiter Ordnung für e ist wegen $p'(e) < 0$, $p''(e) > 0$, $C_L < C_N$, $U_{ee} < 0$ und $U_{ec} \leq 0$ erfüllt:

$$\begin{aligned} EU_{ee} =& \pi p''(e)\left[U(C_L,e) - U(C_N,e)\right] \\ &+ \pi p(e)U_{ee}(C_L,e) + \pi(1-p)U_{ee}(C_N,e) \\ &+ 2\pi p'(e)\left[U_e(C_L,e) - U_e(C_N,e)\right]. \end{aligned}$$

Für die nachfolgenden Rechnungen sei angenommen, dass eine innere Lösung für e existiert. Dann folgt mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems

$$\frac{\partial e}{\partial S} = -\pi \frac{p'(e)\left[U_c(C_L,e) - U_c(C_N,e)\right]}{EU_{ee}} - \pi \frac{p(e)U_{ec}(C_L,e) + (1-p(e))U_{ec}(C_N,e)}{EU_{ee}} < 0. \tag{3.11}$$

Wenn S steigt, reduziert sich der Ertrag aus einer Einheit zusätzlicher Suche (1. Term). Je mehr das Individuum spart, desto weniger wird es in Periode 2 Aufwand betreiben wollen. Die Entscheidung, Aufwand zu betreiben, ist unabhängig vom Konsum in Periode 1, d.h. mehr Sparen erhöht die Konsumniveaus in Zustand L und N. Da abnehmende Grenznutzen bezüglich des Konsums vorliegen, wie Abbildung 3.2 für $S_l < S_h$ verdeutlicht, resultiert das in einem geringeren Anstrengungsniveau.

Der zweite Term von (3.11) macht deutlich, dass ein Anstieg von S die erwarteten Kosten in dem Sinne berührt, dass sich für gegebenes e der Grenznutzen aus Konsum reduziert. Wenn das Individuum mehr Aufwand betreibt, dann bringt jede Einheit mehr Konsum einen immer geringeren Nutzengewinn. Deshalb lohnt es sich nicht, mehr Aufwand zu betreiben. Sparen hat also einen negativen Einfluss auf e, wie auch Stiglitz und Yun (2005) für den Fall einer in Konsum und Aufwand additiven Nutzenfunktion zeigen. Darüber hinaus wird hier deutlich, dass Sparen für eine multiplikative Verknüpfung von Konsum und Aufwand auch eine über die Versicherung hinausgehende zusätzliche Moral-Hazard-Problematik zur Folge hat.

Die von Feldstein und Altman (1998, 2007) sowie Vodopivec (2006) beschriebenen Überlegungen, dass durch Sparkonten negative Anreize der Versicherung vollständig internalisiert werden, ist deshalb nicht unbedingt richtig. Selbst wenn der Versicherungsschutz vollständig wegfällt, führen höhere Ersparnisse zu einer sinkenden Schadensbegrenzung seitens des Individuums. Ähnliches kann man für die durch die Versicherungsdeckung verursachten Verhaltensänderungen zeigen.

Aus (3.10) folgt mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems, wie sich das Verhalten des Individuums ändert, wenn die Versicherungsdeckung um eine Einheit zunimmt:

$$\frac{\partial e}{\partial I} = -\pi \frac{p'(e)U_c(C_L,e) + p(e)U_{ec}(C_L,e)}{EU_{ee}} < 0 \tag{3.12}$$

Ein höherer Versicherungsschutz erhöht den Grenznutzen im Schadensfall und lässt das Erreichen des Zustandes L weniger dramatisch erscheinen. Außerdem führt das Erbringen von Aufwand dazu, dass der Grenznutzen aus I sinkt, so dass ein geringerer Anreiz besteht, sich anzustrengen. Es entspricht der bekannten Moral-Hazard-Problematik, dass die Höhe der Versicherung negative Verhaltensanreize auf den Aufwand ausübt.

Optimale Höhe der Ersparnisse

Im nächsten Schritt optimiere ich den Erwartungsnutzen,

$$\begin{aligned} \max_{S} \quad EU(S,e(S)) &= u(Y_1 - S,0) + (1-\pi)U(Y_2 + S - \overline{P},0) \\ &+ \pi[p(e(S))U(Y_2 + S - \overline{P} - L + \overline{I},e(S)) + (1-p(e(S)))U(Y_2 + S - \overline{P},e(S))], \end{aligned} \tag{3.13}$$

über S, wobei miteinbezogen wird, dass Sparen den Aufwand e entsprechend (3.11) beeinflusst.

Da das Individuum den Versicherungsschutz I sowie die Prämie P als exogen gegeben betrachtet, ist die Bedingung erster Ordnung für die optimale Wahl von S unter Einbezug des Envelope Theorems,

$$EU_S = -U_c(C_1,0) + \pi\Big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\Big] + (1-\pi)U_c(C_N,0) = 0. \tag{3.14}$$

Wegen

$$\begin{aligned} EU_{SS} = {} & U_{cc}(C_1,0) + \pi\big[p(e)U_{cc}(C_L,e) + (1-p(e))U_{cc}(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_{cc}(C_N,0) \\ & + \frac{\partial e}{\partial S}\pi\big[p(e)U_{ce}(C_L,e) + (1-p(e))U_{ce}(C_N,e) + p'(e)(U_c(C_L,e) - U_c(C_N,e))\big] < 0, \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\tag{3.16}$$

ist die Bedingung zweiter Ordnung für eine innere Lösung von S erfüllt. Daraus folgt mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems

$$\frac{\partial S}{\partial I} = -\frac{EU_{SI}}{EU_{SS}} \lesseqgtr 0 \tag{3.17}$$

mit

$$\begin{aligned} EU_{SI} = {} & \pi p(e)U_{cc}(C_L,e) \\ & + \pi\frac{\partial e}{\partial I}\big(p'(e)\big[U_c(C_L,e) - U_c(C_N,e)\big] + p(e)U_{ce}(C_L,e) + (1-p(e))U_{ce}(C_N,e)\big). \end{aligned}$$

Das Vorzeichen ist für alle betrachteten Formen von Nutzenfunktionen unbestimmt. Versicherung hat also einen uneindeutigen Effekt auf die Höhe der Ersparnis. Der erste Term spiegelt den direkten Effekt einer höheren Versicherungsdeckung wider; die Ersparnis sollte sinken. Der indirekte, zweite Effekt entsteht durch die von der Versicherung induzierte Verhaltensänderung, welche das Anstrengungsniveau reduziert. Aufgrund dessen wird das Individuum z.B. seine Ersparnisse erhöhen wollen, wenn $U_{ce} = 0$. Welcher Effekt nun überwiegt, ist unklar.

Folgerung 3.2 *Liegt Moral Hazard vor, dann können Versicherung und Sparen sowohl Komplemente als auch Substitute sein.*

Im Modell der unfairen Versicherung ist der Effekt von Versicherung auf Ersparnisse abhängig von der Präferenzstruktur der Nutzenfunktion. Für DARA folgt Substituierbarkeit, für den Fall einer IARA-Nutzenfunktion stellen Sparen und Versicherung hingegen Komplemente dar [siehe Gleichung (2.30) von Seite 39]. Wenn die Versicherung einen Verwaltungsaufschlag erhebt, dann ist wie beim Vorliegen von Moral Hazard der Kauf von Teilversicherung optimal. Allerdings sind die weiteren Effekte nicht vergleichbar. Sparen im Umfeld von positivem Loading führt dazu, dass man in Periode 2 vermögender wird. Wenn z.B. sinkende absolute Risikoaversion vorliegt, führt das zum Kauf von weniger Versicherung. Bei Moral Hazard ist ein solcher Effekt nicht gegeben, vielmehr ist die Reaktion der Sparentscheidung auf die Versicherungshöhe uneindeutig, weil Sparen auch das Verhalten des Individuums beeinflusst.

Im Optimum kann man also nicht davon ausgehen, dass höhere Ersparnisse mit weniger Versicherung einhergehen. Genau diesen Zusammenhang setzen Sparkonten jedoch voraus.

Optimale Höhe der Versicherung

Der optimale Versicherungsvertrag maximiert den Erwartungsnutzen, wobei eine sog. Teilnahme- und Anreizverträglichkeitsbedingung erfüllt sein muss.

Die Teilnahmebedingung der Versicherung ist erfüllt, wenn die erwarteten Ausgaben mindestens den Einnahmen der Versicherung entsprechen,

$$P \geq \pi p(e) I, \tag{3.18}$$

wobei angenommen wird, dass die Teilnahmebedingung bindet (Nullgewinnbedingung).

Außerdem gilt zu beachten, dass der Versicherungsvertrag negative Anreize auf die Bemühungen des Individuums haben kann. Weil e nicht beobachtbar ist, besteht der Anreiz, weniger Aufwand zu realisieren. Außerdem haben Ersparnisse einen weiteren negativen Effekt auf e, wie Gleichung (3.11) deutlich macht. Wenn das Individuum unbeobachtet Sparen kann, reduziert sich der Anreiz, Aufwand zu erbringen. Man stelle sich vor, dass ein Versicherungsvertrag entworfen wurde, ohne die negative Wirkung von Ersparnissen einzubeziehen. Dann geht dieser Vertrag davon aus, dass das Individuum wegen (3.11) mehr Aufwand erbringt, als es tatsächlich tut. Deshalb muss die Anreizverträglichkeitsbedingung erfüllt sein: Es werden nur solche Verträge zugelassen, die einen Anreiz schaffen, ein bestimmtes Aufwandniveau bei Schadenseintritt tatsächlich zu realisieren. Technisch gesehen muss der Vertrag folgende Bedingung erfüllen:

$$
\begin{aligned}
(e_{FS},S_{FS}) \in \arg\max_{e,S} \Big\{ & EU(e,S;\overline{P},\overline{I}) \equiv U(Y_1 - S,0) + (1-\pi)U(Y_2 + S - \overline{P},0) \\
& +\pi[p(e)U(Y_2 + S - \overline{P} - L + \overline{I},e) + (1-p(e))U(Y_2 + S - \overline{P},e)]\Big\}
\end{aligned} \tag{3.19}
$$

Das zu lösende Problem ist dann

$$
\begin{aligned}
\max_{I} \quad & EU = U(C_1,0) + \pi\big[p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e)\big] + (1-\pi)U(C_N,0) \\
& \text{u. d. NB.} \qquad P = \pi p(e) I \\
& \qquad\qquad\qquad (e_{FS},S_{FS}) \in \arg\max_{e,S} \big\{EU(e,S;\overline{P},\overline{I})\big\}
\end{aligned} \tag{3.20}
$$

Da die Anreizverträglichkeitsbedingung (3.19) ein zweites Maximierungsproblem innerhalb der Optimierung darstellt, können weitere technische Probleme auftauchen. Oft löst man diese Schwierigkeit, indem man die Anreizverträglichkeitsbedingung durch ihre Bedingungen erster Ordnung ersetzt. Dieser sog. First-Order-Ansatz vereinfacht zwar die Analyse, ist aber nicht ganz unproblematisch, wie z.B. Mirrlees (1999) zeigt. Immerhin können die notwendigen Bedingungen erster Ordnung auch lokale Minima oder Sattelpunkte eines Optimierungsproblems bestimmen. Nur wenn hinreichende und notwendige Bedingungen für ein globales Maximum in (e_{FS},S_{FS}) erfüllt sind, kann (3.19) durch die Bedingungen erster Ordnung, (3.10) und (3.14), ersetzt werden.

Die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung für ein globales Optimum in $\{e_{FS},S_{FS}\}$ ist erfüllt, wenn die Determinante der Hesse-Matrix,

$$
\det(\mathcal{H}) = \begin{vmatrix} EU_{SS} & EU_{eS} \\ EU_{eS} & EU_{ee} \end{vmatrix}
$$

mit

$$\begin{aligned}
EU_{SS} =& U_{cc}(C_1,0)+\pi\big[p(e)U_{cc}(C_L,e)+(1-p(e))U_{cc}(C_N,e)\big]+(1-\pi)U_{cc}(C_N,0)<0,\\
EU_{ee} =& \pi p''(e)\big(U(C_L,e)-U(C_N,e)\big)\\
&+\pi p(e)U_{ee}(C_L,e)+\pi(1-p)U_{ee}(C_N,e)\\
&+2\pi p'(e)\big(U_e(C_L,e)-U_e(C_N,e)\big)<0,\\
EU_{eS} =& \pi p'(e)\big[U_c(C_L,e)-U_c(C_N,e)\big]+\pi\big[p(e)U_{ec}(C_L,e)+(1-p(e))U_{ec}(C_N,e)\big]<0,
\end{aligned}$$

positiv ist. Das kann allgemein nicht gezeigt werden, so dass die Anwendbarkeit des First-Order-Ansatzes nicht immer möglich ist.

Durch das Ersetzen der Anreizverträglichkeitsbedingung durch deren Bedingung erster Ordnung wird die Menge der zulässigen Lösungen für (e_{FS},S_{FS}) um Sattelpunkte erweitert, falls $\det(\mathcal{H}) \leq 0$. Für das Standard-Moral-Hazard-Modell (ohne Ersparnisse) beschreiben Rogerson (1985) und Jewitt (1988) Bedingungen[5] unter denen der First-Order-Ansatz gültig ist, wenn die Aufwandskosten additiv in die Nutzenfunktion eingehen. Alvi (1997) formuliert weitere Bedingungen für nicht-separable Nutzenfunktionen.[6] Für eine in Aufwand und Kosten separable Nutzenfunktion zeigen Ábrahám und Pavoni (2008) und Koehne (2009), dass der First-Order-Ansatz unter bestimmten Annahmen[7] auch für Probleme angewandt werden kann, wo asymmetrische Informationen über den Aufwand und über Ersparnisse vorliegen.[8]

Die Komplexität des Problems macht es nicht möglich, Bedingungen für die Gültigkeit des First-Order-Ansatzes für eine allgemeine Nutzenfunktion $U(C,e)$ zu finden.

[5] Die Verteilung der Verluste genügt der „Monotone Likelihood Ratio Condition (MLRC)“, so dass $F_e \geq 0$ und die Verteilungsfunktion ist konkav, d.h. $F_{ee} < 0$.

[6] Steigt die absolute Risikoaversion mit e und ist $U_{ce} \leq 0$ sowie $U_{ee} < 0$, ist der First-Order-Ansatz gültig.

[7] Es liegen keine IARA-Präferenzen vor, die Verteilungsfunktion ist log-konvex im Aufwand und die MLRC ist erfüllt.

[8] Kocherlakota (2004) zeigt, dass der First-Order-Ansatz nicht anwendbar ist, wenn Aufwandskosten und der Output des Efforts linear in den Erwartungsnutzen eingehen, d.h. wenn $p''(e) = 0$ und $v''(e) = 0$.

Deshalb wird die einschränkende Annahme getroffen, dass der First-Order-Ansatz angewandt werden kann und das Problem (3.20) überführt in

$$\begin{aligned}\max_{I} \quad & EU = U(C_1,0) + \pi\big[p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e)\big] + (1-\pi)U(C_N,0)\\ & \text{u. d. NB.}\\ & P = \pi p(e) I,\\ & -u_c(C_1,0) + \pi\big[p(e)u_c(C_L,e) + (1-p(e))u_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)u_c(C_N,0) = 0.\\ & \pi p'(e)\big(U(C_L,e) - U(C_N,e)\big) + \pi p(e)U_e(C_L,e) + \pi(1-p(e))U_e(C_N,e)\\ & \qquad \begin{cases} \leq 0, & e_{FS} = 0,\\ = 0, & e_{FS} > 0.\end{cases}\end{aligned} \tag{3.21}$$

Da die Höhe der Ersparnisse $S(I)$ und der Aufwand $e\big(S(I),I\big)$ von der Höhe der Versicherung I abhängt, ist das äquivalent zur Lösung von

$$\max_{I} \quad EU\big(I, S(I), e(I,S(I))\big),$$

wobei $P = \pi p(e) I$ direkt eingesetzt wurde. Ableiten nach I ergibt dann

$$EU_I = \frac{\partial EU}{\partial I} + \frac{\partial EU}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I} + \frac{\partial EU}{\partial e}\left(\frac{\partial e}{\partial I} + \frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right),$$

wobei die indirekten Effekte $\partial e/\partial S$, $\partial e/\partial I$ und $\partial S/\partial I$ entsprechend (3.11), (3.12) und (3.17) gegeben sind. Sollte sich in der Optimierung eine Randlösung für e ergeben, dann ist $e = 0$ und die Versicherung bietet eine Vollversicherung entsprechend dem Problem (3.8) an.

Für eine innere Lösung von e lauten die Kuhn-Tucker-Bedingungen für $0 \leq I \leq L$,

$$EU_I \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{FS} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{FS} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{FS} = L. \end{cases} \tag{3.22}$$

mit

$$\begin{aligned} EU_I = {} & -\pi p(e)\Big([p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\Big) \\ & + \pi p(e)U_c(C_L,e) \\ & + \frac{\partial S}{\partial I}\Big(-U_c(C_1,0) + \pi[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\Big) \\ & + \left(\frac{\partial e}{\partial I} + \frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right) \\ & \qquad \times \Big(-\pi p'(e)I\big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N)\big) \\ & + \pi p'(e)\big(U(C_L,e) - U(C_N,e)\big) + \pi p(e)U_e(C_L,e) + \pi(1-p(e))U_e(C_N,e)\Big). \end{aligned} \tag{3.23}$$

EU_I beschreibt, wie eine höhere Versicherungsnachfrage den Erwartungsnutzen verändert. Eine Einheit mehr Versicherung erhöht die Prämienzahlung (1. Term). Der zweite Term gibt den Nutzenzuwachs im Zustand L aus einer Einheit mehr Versicherung. Die Veränderung der Ersparnis infolge einer höheren Versicherungsdeckung ist im dritten Term sichtbar, wobei dieser aufgrund der individuellen Entscheidung verschwindet, wenn S eine innere Lösung darstellt. In den restlichen Zeilen sind die Verhaltensreaktionen in Bezug auf e abgebildet; mehr Versicherung führt zu einer Veränderung der Verlustwahrscheinlichkeit, woraus eine höhere Prämienzahlung resultiert. Außerdem erhöht mehr Versicherung den Grenznutzen im Schadensfall.

Mit (3.10) und (3.14) folgt daraus,

$$EU_I = -\pi p(e)\big(U_c(C_1,0) - U_c(C_L,e)\big) - \left(\frac{\partial e}{\partial I} + \frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right)U_c(C_1,0)\pi p'(e)I. \tag{3.24}$$

Die Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz ist

$$\eta_{(\pi p(e),I)} = \frac{\partial \pi p(e)}{\partial I}\frac{I}{\pi p(e)} = \frac{p'(e)}{p(e)}\left(\frac{\partial e}{\partial I} + \frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right)I \equiv \eta_{FS}.$$

Sie gibt die relative Veränderung der Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts $\pi p(e)$ bezüglich der Versicherungsleistung an. η_{FS} gibt an, um wieviel Prozent die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts sich erhöht, wenn I um ein Prozent erhöht wird. Da das Vorzeichen von $\partial S/\partial I$ unbestimmt ist, kann η_{FS} positiv oder negativ sein. (3.24) kann dann umgeformt werden zu

$$U_c(C_L,e) - \big(1+\eta_{FS}\big)U_c(C_1,0) = 0. \tag{3.25}$$

Die Bedingung zweiter Ordnung für die Existenz eines globalen Optimums in I ist nicht zwangsläufig erfüllt. Die Anreizverträglichkeitsbedingung führt dazu, dass auch positive Terme in EU_{II} zu finden sind. Es kann jedoch gezeigt werden, dass der Wert von EU_I an der Stelle $I = 0$ positiv ist, wenn $\eta_{FS} > 0$ ist. Aus $\eta_{FS}(I = 0) = 0$ folgt dann für den Wert der Ableitung EU_I an der Stelle $I = 0$

$$EU_I\big|_{I=0} = U_c(C_L,e) - U_c(C_1,0) > 0,$$

$$\Rightarrow \quad I_{FS} > 0,$$

d.h. wenn $\eta_{FS} > 0$, ist ein positiver Versicherungsschutz immer optimal. Ist die Elastizität jedoch negativ, dann kann auch die Randlösung $I_{FS} = 0$ optimal sein.

An der Stelle $I = L$ ist der Konsum des Individuums vollständig geglättet, d.h. $C_N = C_L = C_1 = C$. Vollversicherung führt wie in (3.10) besprochen dazu, dass das Individuum keinen Aufwand betreiben wird, so dass $e = 0$. Daraus folgt sofort $p(e) = 1$ und es gilt

$$EU_I\big|_{I=L} = -\eta_{FS}U_c(C,0) < 0,$$

$$\Rightarrow \quad I_{FS} < L.$$

Ist es optimal, $e > 0$ zu implementieren, dann kann Teilversicherung optimal sein, um für das Individuum einen Anreiz zu schaffen, die nicht beobachtbaren Schadensminderungsmaßnahmen nicht zu unterlassen. Durch die Teilversicherung wird der Moral Hazard Effekt reduziert. Das stellt ein bereits bekanntes Ergebnis aus der Moral Hazard Literatur dar [siehe Shavell (1979)].

Folgerung 3.3 *Moral Hazard und Sparen führen nicht zwangsläufig dazu, dass Versicherung überflüssig wird.*

Vergleich zum First-best

Wird das Individuum trotz der asymmetrischen Information Versicherung wie im First-best kaufen und *keinen Aufwand betreiben*, dann ist zwar

$$I_{e=0} = I_{FB}.$$

Die Prämie ist wegen

$$e_{FB} > e_{e=0} = 0$$

jedoch teurer als im First-best. Das reduziert die Sparanstrengung im Third-best, die nur im Sinne einer perfekten Konsumglättung erfolgt,

$$S_{e=0} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 + \pi L) > \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 + \pi p(e_{FB})L) = S_{FB},$$

wenn $I_{e=0} = L$ ist. Für $I_{e=0} < L$ im Fall der multiplikativen Verknüpfung ist keine Aussage bezüglich des Sparens beim Übergang zum Third-best möglich.

Folgerung 3.4 *Ist es trotz asymmetrischer Information nicht optimal, Aufwand zu erbringen, dann wird im First-best mehr gespart, wenn die Aufwandskosten additiv in die Nutzenfunktion eingehen.*

Ist es *optimal, Aufwand zu erbringen*, so gilt mit der Gleichung (3.6) für gegebenes (e_{FS}, S_{FS}),

$$EU_I\big|_{I=I_{FB}} = -\eta_{FS} U_c(C_1, 0) < 0,$$

woraus

$$I_{FS} < I_{FB}$$

folgt. Aus (3.10) folgt wiederum, dass die Ableitung nach e im First-best (3.4), an der Stelle $e = e_{FS}$ positiv ist:

$$EU_e\big|_{e=e_{FS}} = -\pi p'(e)\left[p(e)U_c(C_L, e) + (1 - p(e))U_c(C_N, e)\right] > 0,$$

wobei S und I im Sinne des First-best optimal gewählt wurden. Daraus folgt

$$e_{FS} < e_{FB}$$

für alle $I_{FS}(e_{FS})$ und $S_{FS}(e_{FS})$.

Die Veränderung der Ersparnisse kann für multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehende Kosten nicht bestimmt werden. Für $U(C,e) = u(C) + v(\alpha - e)$ sei der Wert von EU_S an der Stelle $S = S_{FB} = \frac{1}{2}\big(Y_1 - Y_2 + \pi p(e_{FB})L\big)$ bestimmt.

Die Konsumniveaus für $S = S_{FB}$ sind

$$\begin{aligned}
\widehat{C}_1 &= \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 - \pi p(e_{FB})L), \\
\widehat{C}_L &= \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi p(e_{FB})L - 2\pi p(e)I - 2L + 2I), \\
\widehat{C}_N &= \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2 + \pi p(e_{FB})L - 2\pi p(e)I),
\end{aligned}$$

so dass $C_1 > C_L$ immer gilt und

$$C_N > C_1 \quad \Leftrightarrow \quad P_{FB} > P_{FS}.$$

Da $L \geq I$ und $p(e_{FB}) < p(e_{FS})$ ist das nicht zwingend erfüllt.

$$\widehat{C}_N > \widehat{C}_1 > \widehat{C}_L, \quad \forall \quad I < L$$

resultiert nur dann, wenn die Prämienzahlung im First-best höher ist als im Third-best. Wenn das gilt, dann ist wegen Jensens Ungleichung und $C_1 = [\pi(1 - p(e)) + 1 - \pi]C_N + \pi p(e)C_L$

$$EU_S\big|_{S=S_{FB}} = -U_c(\widehat{C}_1) + \pi p(e)U_c(\widehat{C}_L) + (1 - \pi p(e))U_c(\widehat{C}_N) > 0,$$

falls $u''' > 0$. Dasselbe Ergebnis erhält man auch, wenn entsprechend Leland (1968) untersucht wird, ob Vorsichtssparen vorliegt.
Ist $p(e_{FB})L > p(e_{FS})I$ dann folgt mit $u''' > 0$,

$$S_{FS} > S_{FB}.$$

Moral Hazard in Verbindung mit einer Teilversicherung führt also dazu, dass das Motiv des Vorsichtssparens zum Tragen kommt und das prudente Individuum wegen der in Periode 2 bestehenden Unsicherheit im Umfang von $S_{FS} - S_{FB}$ mehr spart, als wenn es in Periode 2 ein sicheres Einkommen in Höhe des erwarteten Einkommens hätte.

Ein vergleichbares Ergebnis erhält man auch, wenn infolge einer unfairen Versicherungsprämie der Kauf von Teilversicherung optimal ist. Das dadurch entstehende Restrisiko führt dazu, dass das Individuum im Sinne des Vorsichtssparens mehr spart [siehe dazu auch Seite 31].

Folgerung 3.5 *Führt Moral Hazard dazu, dass $I_{FS} < I_{FB}$ optimal ist, dann wird weniger Versicherung gekauft und ein geringeres Anstrengungsniveau realisiert als im First-best. Es wird mehr gespart, wenn das Individuum prudent ist, die Prämienzahlung niedriger ist als im First-best und die Kosten additiv in die Nutzenfunktion eingehen.*

Wie verändern sich die Ergebnisse nun, wenn die Versicherung die Höhe der Ersparnisse kontrolliert? Da Sparen eine negative Externalität verursacht, führt dessen Einbezug in das Optimierungsproblem der Versicherung zu einer Second-best Lösung. Um die Analyse einfach zu halten, treffe ich die einschränkende Annahme, dass die Versicherung die Sparanstrengungen des Individuums kontrollieren kann. Ohne diese Annahme ist es nur schwer möglich, die Effekte eines Versicherungsvertrages mit integriertem Sparanteil herauszuarbeiten.

3.2.4 Second-best mit kontrollierten Ersparnissen

Diese Lösung stellt praktisch einen Versicherungsvertrag mit Sparanteil dar. Wenn die Versicherung die Höhe der Ersparnisse kontrolliert, dann ändert sich das vorhin betrachtete Spiel insofern, dass die Versicherung die negativen Effekte des Sparens internalisiert. Die Stufen des mehrstufigen Spiels sind nun die Folgenden:

1. Der Versicherer legt die Prämie und die Höhe der Versicherungsdeckung sowie die Höhe der Ersparnisse so fest, dass der ex-ante Erwartungsnutzen des Individuums maximiert wird und die Prämie den erwarteten Ausgaben entspricht. Dabei gehen die durch die Versicherung gesetzten Verhaltensanreize des Individuums als Nebenbedingung in die Maximierung ein.

2. Das Individuum maximiert seinen Erwartungsnutzen über die Höhe des Aufwandes e, wobei die Prämienzahlung, die Versicherungsdeckung I sowie die Ersparnisse S als gegeben betrachtet werden.

Diese Form des Spiels sei mit „Spiel KS" bezeichnet. Der Index KS macht deutlich, dass die Versicherung die Höhe der Ersparnisse kontrolliert (kontrolliertes Sparen). Rückwärtsinduktion verlangt zuerst die Lösung der 2. Stufe des Spiels, d.h. der Maximierung des Erwartungsnutzens über e.

Die Bedingung erster Ordnung entspricht Gleichung (3.10). Die auf e gesetzten Anreize bezüglich S und I wurden aus der Besprechung von (3.11) und (3.12) deutlich. Da die Bedingung zweiter Ordnung für e wegen $U_{ce} \leq 0$ erfüllt ist, wird es möglich, das Problem,

$$\begin{aligned} \max_{I,S} \quad & EU = U(C_1,0) + \pi\big[p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e)\big] + (1-\pi)U(C_N,0) \\ & \text{u. d. NB.} \qquad P = \pi p(e) I, \\ & \qquad\qquad\qquad e_{KS} \in arg\,max\big\{EU(e;\overline{P},\overline{I},\overline{S})\big\}, \end{aligned} \tag{3.26}$$

mittels des First-Order-Ansatzes zu lösen. Dazu ersetzt man die Anreizverträglichkeitsbedingung

$$\begin{aligned} e_{KS} \in \arg\max\big\{EU(e;\overline{P},\overline{I},\overline{S}) \equiv{} & U(Y_1-\overline{S},0) + (1-\pi)U(Y_2+\overline{S}-\overline{P},0) \\ & +\pi[p(e)U(Y_2+\overline{S}-\overline{P}-L+\overline{I},e) + (1-p(e))U(Y_2+\overline{S}-\overline{P},e)]\big\} \end{aligned}$$

durch ihre Bedingung erster Ordnung. Dann ist

$$\begin{aligned} \max_{I,S} \quad & EU = U(C_1,0) + \pi\big[p(e)U(C_L,e) + (1-p(e))U(C_N,e)\big] + (1-\pi)U(C_N,0) \\ & \text{u. d. NB.} \\ & P = \pi p(e) I, \\ & \pi p'(e)\big(U(C_L,e) - U(C_N,e)\big) + \pi p(e) U_e(C_L,e) + \pi(1-p(e))U_e(C_N,e) \\ & \qquad\qquad \begin{cases} \leq 0, & e_{KS} = 0, \\ = 0, & e_{KS} > 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{3.27}$$

Dieses Problem wird wie zuvor gelöst. Man beachtet, dass $e(S,I)$ von der Höhe der Versicherung I sowie den von der Versicherung bestimmten Ersparnissen S_{KS} abhängt. Dann ist

$$\max_{I,S} \quad EU\big(I,S,e(I,S)\big),$$

mit $P = \pi p(e) I$ eingesetzt, äquivalent zu Problem (3.27). Die Ableitung nach I und S ergibt dann im Zusammenhang mit den indirekten Verhaltenseffekten $\partial e/\partial S$ und $\partial e/\partial I$ entsprechend (3.11) und (3.12) sowie der Bedingung erster Ordnung für e, (3.10), für $0 \leq I_{KS} \leq L$,

$$EU_I \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{KS} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{KS} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{KS} = L, \end{cases} \tag{3.28}$$

mit

$$\begin{aligned} EU_I = &-\pi p(e)\Big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\Big) \\ &+ \pi p(e)U_c(C_L,e) \\ &- \frac{\partial e}{\partial I}\pi p'(e)I\Big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\Big) \end{aligned} \tag{3.29}$$

und die Bedingung erster Ordnung für die Höhe der Ersparnisse S

$$\begin{aligned} EU_S = &-U_c(C_1,0) + \pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0) \\ &- \frac{\partial e}{\partial S}\pi p'(e)I\left(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\right) \stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Unter Einbezug der Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz,

$$\eta_{(\pi p(e),I)} = \frac{\partial \pi p(e)}{\partial I}\frac{I}{\pi p(e)} = \frac{p'(e)}{p(e)}\frac{\partial e}{\partial I}I \equiv \eta_{KS} > 0,$$

folgt nach Umformen

$$EU_I = U_c(C_L,e) - (1+\eta_{KS})\Big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\Big). \tag{3.31}$$

Auch in diesem Falle ist die Bedingung zweiter Ordnung nicht zwangsläufig erfüllt. Es kann allerdings gezeigt werden, dass $I_{KS} \in [0,L]$ ist. Da hier im Gegensatz zum Fall des freien Sparens die Elastizität eindeutig ein positives Vorzeichen hat, $\eta_{KS} > 0$, folgt

$$EU_I\big|_{I=0} = U_c(C_L,e) - U_c(C_1,0) > 0,$$

und

$$EU_I\big|_{I=L} = -\eta_v U_c(C,e) < 0,$$

so dass

$$0 < I_{KS} < L.$$

Ersparnisse ersetzen die Versicherung nicht vollständig. Sparkonten, die also gänzlich auf Versicherungsschutz verzichten, können kein Optimum beschreiben.

Vergleich zum Modell mit freier Sparwahl

Wenn das Individuum selbst über die Höhe seiner Ersparnisse, S_{FS}, entscheiden kann, ist die Gleichung (3.14) erfüllt. Sie beschreibt ein globales Optimum, da die Bedingung zweiter Ordnung $EU_{SS} < 0$ erfüllt ist [siehe (3.15)].

Der Wert der Bedingung erster Ordnung (3.30) für von der Versicherung kontrollierte Ersparnisse, S_{KS}, an der Stelle $S = S_{FS}$

$$EU_S\big|_{S=S_{FS}} = -\frac{\partial e}{\partial S}\pi p'(e) I\big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e) + (1-p(e))U_c(C_N,e)\big] + (1-\pi)U_c(C_N,0)\big) < 0,$$

hat ein negatives Vorzeichen, für den Fall dass die Bedingung zweiter Ordnung des Optimierungsproblems erfüllt ist. Das folgt insbesondere daraus, dass $\partial e/\partial S$ negativ ist, wie aus (3.11) deutlich wurde. Sparen beeinflusst den Aufwand negativ:

$$\frac{\partial e}{\partial S} = -\pi \frac{p'(e)\big(U_c(C_L,e) - U_c(C_N,e)\big) + p(e)U_{ec}(C_L,e) + (1-p(e))U_{ec}(C_N,e)}{EU_{ee}} < 0. \tag{3.11}$$

Daraus folgt

$$S_{KS} < S_{FS}, \tag{3.32}$$

d.h. das Individuum spart freiwillig mehr als aus Sicht der Versicherung optimal wäre, vorausgesetzt $EU_{SS} < 0$. Sparen als eine Verpflichtung wie z.B. bei dem Vorschlag der Sparkonten zu gestalten, ist unnötig. Wenn das Individuum privat einen höheren Betrag spart als die Versicherung durchsetzen möchte, ist zusätzliches Sparen (und nur das kann mit Zwangssparen gemeint sein) kontraproduktiv.

Vielmehr ist diese Erkenntnis mit dem Politikvorschag verbunden, Ersparnisse zu besteuern und Kredite zu subventionieren [siehe auch Stiglitz und Yun (2005)]. Diese Erkenntnis ist nicht neu. So zeigen bereits Diamond und Mirrlees (1978), dass mit einer optimalen Sozialversicherungspolitik die Besteuerung von Ersparnissen einhergeht. Steuern zu erheben, ist nicht Aufgabe eines Versicherungsunternehmens, so dass der Staat hier tätig werden muss.

Folgerung 3.6 *Individuelles Sparen hat eine negative Externalität zur Folge. Deshalb sollten positive (negative) Ersparnisse vom Staat besteuert (subventioniert) werden.*

Das stellt den Reformvorschlag der Sparkonten in Frage. Neben der Tatsache, dass das Sparkontenkonzept von einem Versicherungsteil absieht, werden seine Beiträge oft als steuerlich begünstigte Ersparnisse modelliert [siehe z.B. Cardon und Showalter (2007)]. Entsprechend dieser Analyse kann das auch dazu führen, dass Individuen sich weniger anstrengen und deshalb einen niedrigeren Erwartungsnutzen realisieren.

3.2.5 Liquiditätsbeschränkung

Da $S_{KS} < S_{FS}$, ist das Individuum in der von der Versicherung bevorzugten Lösung eher liquiditätsbeschränkt. Für $S_{KS} = S_{FS} = 0$ ist $\partial S/\partial I = 0$, so dass sich die Bedingung erster Ordnung für die optimale Wahl der Versicherung für $j = KS,FS$

$$EU_I^j = \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_j = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_j < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_j = L, \end{cases}$$

nach (3.23) und (3.29)

$$\begin{aligned} EU_I^{KS} &= EU_I^{FS} \\ &= -\pi p(e)\Big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e)+(1-p(e))U_c(C_N,e)\big]+(1-\pi)U_c(C_N,0)\Big) \\ &\quad +\pi p(e)U_c(C_L,e) \\ &\quad -\frac{\partial e}{\partial I}\pi p'(e)I\Big(\pi\big[p(e)U_c(C_L,e)+(1-p(e))U_c(C_N,e)\big]+(1-\pi)U_c(C_N,0)\Big). \end{aligned}$$

entsprechen. Das bedeutet, dass

$$I_{KS}(S=0)=I_{FS}(S=0),$$

wenn das Individuum liquiditätsbeschränkt ist. Möchte das Individuum einen Kredit aufnehmen, es aber über keinen Zugang zum Kapitalmarkt verfügt, dann führt eine Liquiditätsbeschränkung dazu, dass das Individuum implizit dazu gezwungen wird, mehr zu sparen. Aus (3.11),

$$\frac{\partial e}{\partial S}=-\pi\frac{p'(e)\big(U_c(C_L,e)-U_c(C_N,e)\big)+p(e)U_{ec}(C_L,e)+(1-p(e))U_{ec}(C_N,e)}{EU_{ee}}<0,$$

wird deutlich, dass eine Kreditrestriktion zu weniger Aufwand führt. Das Individuum strengt sich weniger an – die Moral Hazard Problematik wird verstärkt. In Verbindung mit $\partial e/\partial I \leq 0$ erscheint eine bei Kreditrestriktionen höhere Versicherung eher nicht optimal. Analytisch kann das jedoch nicht gezeigt werden – denn $\partial S/\partial I$ hat ein uneindeutiges Vorzeichen [siehe Seite 111].

Folgerung 3.7 *Liquiditätsbeschränkte Individuen betreiben weniger Aufwand, um den Schaden abzuwenden. Die Reaktion der Versicherungsdeckung auf eine Liquiditätsbeschränkung ist uneindeutig.*

Wenn die Höhe einer Versicherung ohne die Beachtung der Möglichkeit, dass Individuen sparen können, festgelegt wurde, dann setzt die Versicherung fälschlicherweise voraus, dass Liquiditätsbeschränkungen vorliegen. Sie geht dann von einem höheren Aufwandniveau aus als das Individuum tatsächlich realisieren wird, wenn es einen positiven Betrag gespart hat.

Das folgende Beispiel macht deutlich, welche Auswirkungen ex-post Moral Hazard hat oder haben kann, auch im Hinblick auf Kreditrestriktionen.

3.2.6 Eine numerische Simulation

Um die Wirkung von ex-post Moral Hazard illustrieren zu können, sei angenommen, dass die Kosten in Form von Disnutzen aus dem Aufwand e multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehen:

$$U(C,e) = u(C)v(e) = \frac{1}{\gamma}\left(C^{\xi}(\alpha - e)^{1-\xi}\right)^{\gamma}.$$

Der Koeffizient ξ sei 0,5. Die durch γ ausgedrückte Höhe der Risikoaversion sei 0,25 und $\alpha = 3$. Die übrigen Parameter nehmen folgende Werte an:

$$L = 1500, \quad Y_1 = 1000, \quad Y_2 = 1500 \quad \text{und} \quad \pi = 0{,}5.$$

Ist der Schaden eingetreten, kann das Individuum durch eigenes Bemühen dafür sorgen, dass der Schaden schnell abgewendet wird, wie z.B. in der Arbeitslosenversicherung: Wenn das Individuum sich sofort um eine neue Arbeitsstelle bemüht, dann besteht die Wahrscheinlichkeit, umgehend eine neue Anstellung zu finden. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist[9]

$$1 - p(e) = 1 - \exp(-e).$$

Mit der Gegenwahrscheinlichkeit $p(e) = \exp(-e)$ bleibt das Individuum trotz der Anstrengung e in dieser Periode arbeitslos. Je höher e, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Zustand eintritt.

Weil der First-Order-Ansatz für den Fall des freien Sparens nicht immer gültig sein muss (siehe Beschreibung der Problematik auf Seite 114), wurde für diese Lösungen folgendermaßen geprüft, ob die sich daraus ergebenden Verträge auch ex-post anreizkompatibel sind: Nachdem ein Vertrag (I_{FS},e_{FS}) gestaltet wurde, muss auch nach Schadenseintritt gewährleistet sein, dass das Individuum die vereinbarte Aufwandshöhe e_{FS} tatsächlich realisiert.

Wenn der Vertrag anreizkompatibel ist, dann gilt

$$e_{FS} = \arg\max \left\{U(\bar{C}_1,0) + \pi\left[p(e)U(\bar{C}_L,e) + (1-p(e))U(\bar{C}_N,e)\right] + (1-\pi)U(\bar{C}_N,0)\right\} \tag{3.33}$$

[9] $1 - p(e)$ entspricht der Exponentialverteilung. Abstrakt betrachtet kann man $1 - p(e)$ als die Wahrscheinlichkeit interpretieren, dass mehr Aufwand erbracht werden muss als e, bis das erste Jobangebot eintrifft. Für die Modellierung der Dauer von zufälligen Zeitintervallen ist die Exponentialfunktion geeignet und rechtfertigt damit deren Verwendung.

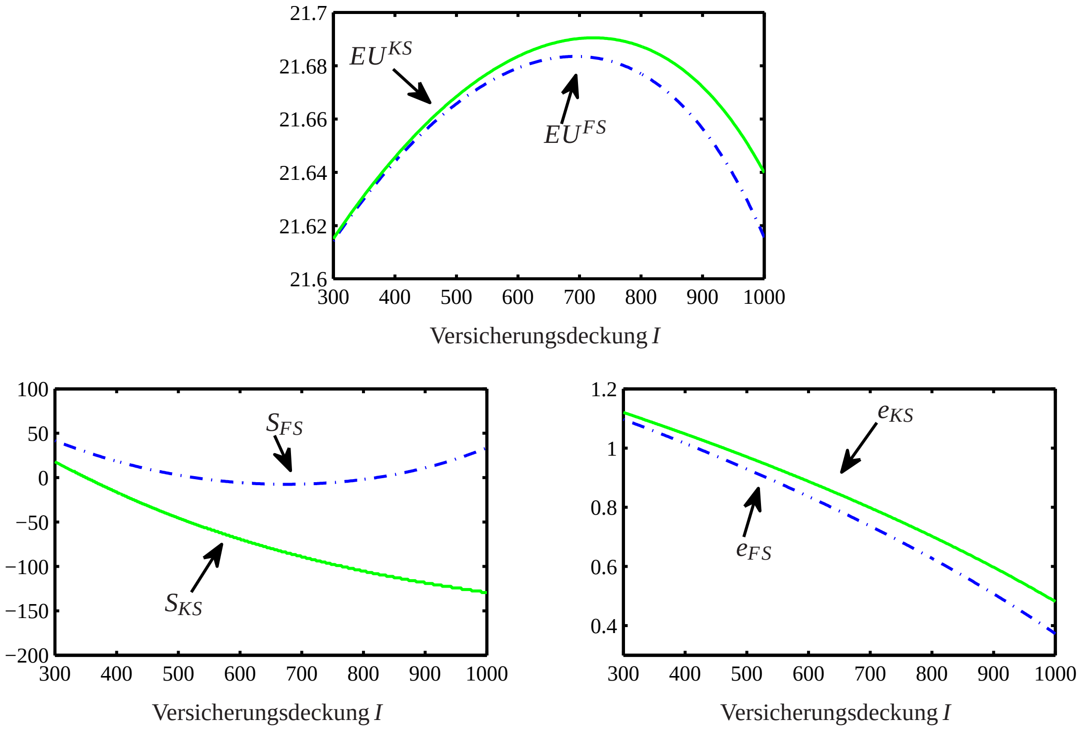


Abbildung 3.3: *Erwartungsnutzen, Ersparnisse und Aufwandniveau bei ex-post Moral Hazard in Abhängigkeit von I, ohne Liquiditätsbeschränkung.*

für die zuvor festgelegten Variablen S, I und P. Für die hier dargestellten Ergebnisse ist das der Fall.

Wenn keine Kreditrestriktionen existieren, zeigt Abbildung 3.3 die Lösung für das Problem in Abhängigkeit von der Versicherungshöhe $0 < I < L$. Je höher der Versicherungsschutz, desto geringer ist das Aufwandniveau. Das gilt entsprechend (3.12) für den Fall, dass die Versicherung die Höhe der Ersparnisse kontrolliert (KS) oder das Individuum diese frei wählt (FS). Die Sparhöhe S_{FS} reagiert uneindeutig auf I, was auch in (3.17) deutlich wurde.

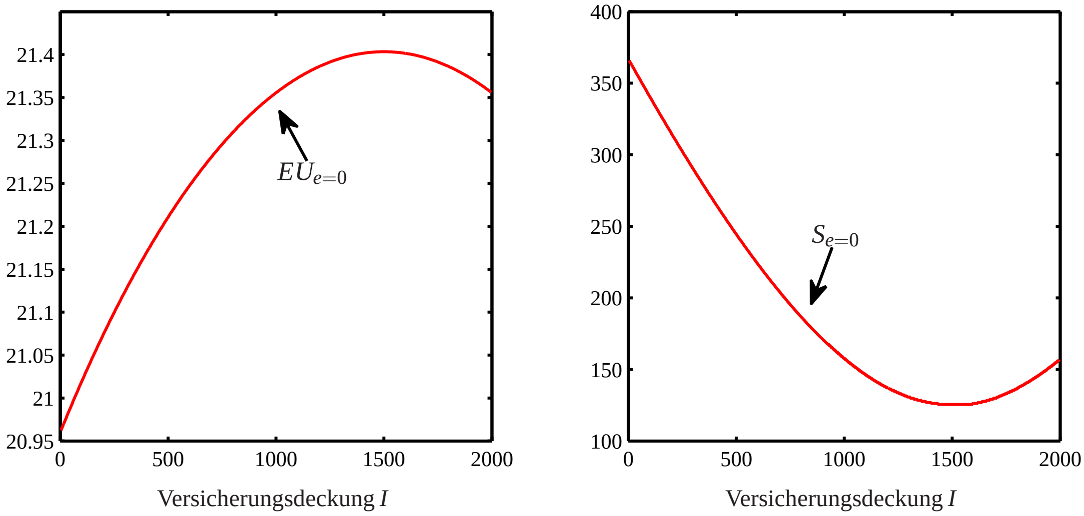


Abbildung 3.4: *Erwartungsnutzen ($e = 0$) und Ersparnisse ($e = 0$) bei ex-post Moral Hazard in Abhängigkeit von I, ohne Liquiditätsbeschränkung.*

Die vom Individuum gewählte Kredithöhe ist immer niedriger als aus Sicht der Versicherung optimal wäre [siehe auch (3.32)]. Für alle möglichen I sollten in diesem Fall Kreditaufnahmen seitens des Staates subventioniert werden, wie bereits auf Seite 124 besprochen, damit das Individuum weniger spart und sich infolgedessen mehr anstrengt. Das wird auch in der Abbildung für das Aufwandniveau deutlich: Wenn das Individuum weniger spart, dann strengt es sich mehr an. Dies geht insgesamt mit einem höheren Erwartungsnutzen einher, wie die obere Abbildung zeigt, weil die Versicherung die negativen Effekte der Ersparnisse internalisiert. Höhere Ersparnisse erhöhen die Prämie, weil der Aufwand sinkt. Das Individuum hingegen beachtet das nicht.

Diese Lösungen erzielen einen höheren Erwartungsnutzen als bei Implementierung des Vertrages mit $e = 0$ entsprechend (3.9), wie Abbildung 3.4 verdeutlicht.

Abbildung 3.5 illustriert die Wirkung einer Liquiditätsbeschränkung. Wenn das Individuum einen Kredit aufnehmen möchte, dies aber wegen imperfekter Kapitalmärkte nicht kann, dann werden die Ersparnisse erhöht. Dies mündet wegen (3.11) in einem höheren Aufwandniveau.

Diese Ergebnisse stellen Simulationen dar und können deshalb nicht als allgemeingültig betrachtet werden. Das gilt auch für die Erörterung der nächsten Frage, ob ältere Arbeitslose einen höheren Versicherungsschutz erhalten sollten als jüngere Arbeitslose.

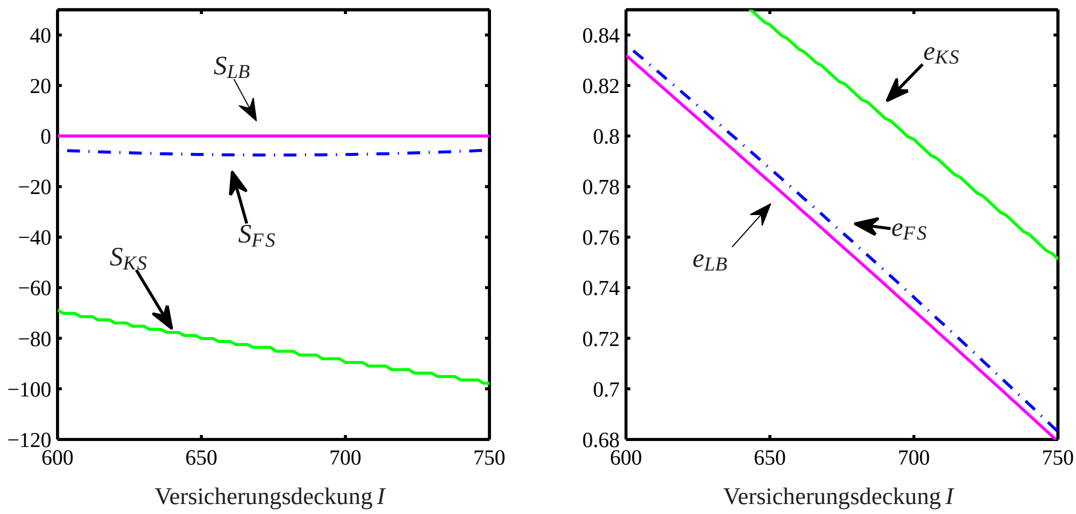


Abbildung 3.5: *Ersparnisse und Aufwandniveau bei ex-post Moral Hazard in Abhängigkeit von I, mit Liquiditätsbeschränkung.*

3.2.7 Höhere Leistungen für ältere Arbeitslose?

Innerhalb dieses Modells ist es möglich, Antworten auf die Frage der Gestaltung der Arbeitslosenversicherung bei Beachtung der dadurch gesetzten Verhaltensanreize zu finden. Von Interesse ist nun die Höhe des Arbeitslosengeldes für Ältere, die immer wieder im Mittelpunkt von Reformen stand, wie Tabelle 3.1 zeigt. Ältere Individuen erhalten immer höhere Leistungen. Seit 2008 beziehen Arbeitslose ab einem Alter von 58 Jahren für 24 Monate Leistungen der Arbeitslosenversicherung, während bis 54-Jährige lediglich für 12 Monate Arbeitslosengeld erhalten.

Im Januar 2005 trat das von der Rot-Grünen Regierung beschlossene sog. „Hartz-IV-Gesetz“ in Kraft, wonach unter anderem die Bezugsdauer des Arbeitslosengeldes vor allem für Ältere massiv gekürzt wurde, mit dem Ziel, den Anreiz zur Arbeitssuche zu erhöhen.[10] Das führte in Reihen der SPD noch im selben Jahr zu Auseinandersetzungen. Bereits Anfang Oktober 2007 schlug der damalige SPD-Vorsitzende Kurt Beck vor, die Kürzungen teilweise zurückzunehmen und folgte damit den in 2004 und 2006 verabschiedeten Beschlüssen von CDU-Bundesparteitagen, dass ältere Arbeitslose länger Anspruch auf die Zahlung von Arbeitslosengeld haben. So verwundert es nicht, dass die Große

[10] Viertes Gesetz für moderne Dienstleistung am Arbeitsmarkt vom 24. Dezember 2003.

Maximale Bezugsdauer in Monaten	Mindestalter in Jahren			
		nach der Reform		
	vor 1997	1997	2006	2008
12	bis 42	bis 45	bis 55	bis 54
15	–	–	–	ab 54
18	ab 42	ab 45	ab 55	ab 57
22	ab 44	ab 47	–	–
24	–	–	–	ab 58
26	ab 49	ab 52	–	–
32	ab 54	ab 57	–	–

Tabelle 3.1: *Mindestalter für die maximale Bezugsdauer von Arbeitslosengeld vor* 1997*, nach* 1997*,* 2006 *und* 2008.

Koalition im Januar 2008 ein Gesetz beschloss, wonach die Bezugsdauer des Arbeitslosengeldes I für Ältere auf bis zu 24 Monate erhöht wird.

In der geführten Debatte bezeichnet Bundeskanzlerin Angela Merkel höhere Leistungen für ältere Arbeitslose in der Bild am Sonntag vom 13.10.2007 als „vernünftig, weil wir wissen, dass Jüngere schneller wieder eine Arbeit finden als Ältere". Der Vorsitzende der Jungen Union, Phillipp Mißfelder, rechtfertigt höhere Leistungen im SPIEGEL am 20.11.2007 damit, dass ein 30-Jähriger „leichter und schneller einen neuen Job als ein 60 Jahre alter Arbeitsloser" finde. Derartige Aussagen motivieren eine Analyse dahingehend, aufzuklären welche Veränderungen mit der Tatsache einhergehen, dass es schwerer wird, den Schaden zu vermeiden. Immerhin ist ein gegenläufiger Effekt denkbar. Wenn es schwerer wird, den Schaden zu verhindern, dann könnten auch niedrigere Leistungen optimal sein, um zusätzliche Anreize zu schaffen, sofort eine neue Arbeitsstelle zu suchen.

Hairault et. al. (2009) befassen sich mit der optimalen Absicherung älterer Arbeitsloser. Sie untersuchen die zeitliche Ausgestaltung der Leistungen der Arbeitslosenversicherung für junge und ältere Arbeitslose in einem dynamischen Suchmodell auf Basis von Hopenhayn und Nicolini (1997).

Weil bei einem älteren Arbeitslosen die verbleibende Zeit bis zum Eintritt in den Ruhestand geringer ist, sieht sich die Arbeitslosenversicherung mit einer geringeren Suchintensität konfrontiert, so die Autoren. Dieser Lebenszykluseffekt begründe die Effizienz altersspezifischer Verträge. Optimale Verträge für Ältere beinhalten einen schnelleren Abfall der Leistungen sowie eine Rentensteuer, sollten sie das Renteneintrittsalter im

Stadium der Arbeitslosigkeit erreichen. An dieser Stelle soll eine weitere Frage aufgeworfen werden: Macht es Sinn, die Leistungen für Ältere zu erhöhen, wenn eine zusätzliche Sucheinheit die Wahrscheinlichkeit, einen Arbeitsplatz zu finden, weniger erhöht als bei einem Jüngeren?

Angenommen sei, dass die Funktion $p(e,\theta)$ mit zunehmendem θ steigt. Je höher θ, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, den Zustand L zu erreichen. Mit

$$\frac{\partial p(e,\theta)}{\partial\theta} \equiv p_\theta(e,\theta) > 0$$

wird es schwerer, den Schaden abzuwenden und sich so die Wahrscheinlichkeit erhöht, in Periode 2 arbeitslos zu sein.

Aus (3.10) folgt für die Veränderung des Aufwandniveaus e,

$$\frac{\partial e}{\partial\theta} = -\pi\frac{p_{e\theta}(e,\theta)\big(U(C_L,e)-U(C_N,e)\big)}{EU_{ee}} - \pi\frac{p_\theta(e,\theta)\big(U_e(C_L,e)-U_e(C_N,e)\big)}{EU_{ee}}. \tag{3.34}$$

Daraus folgt

$$p_{e\theta}(e,\theta) \leq 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial e}{\partial\theta} > 0.$$

Der Einfluss von θ auf e teilt sich in zwei Effekte auf. Eine Einheit mehr Aufwand führt bei einem höheren θ zu einer geringeren Reduktion der Schadenswahrscheinlichkeit. Je höher θ, desto weniger produktiv ist jede weitere Einheit Aufwand. Um den durch den Wechsel vom Zustand L in den Zustand N zu erzielenden Nutzenzuwachs zu erreichen, muss mehr Aufwand aufgebracht werden.

Für $p_{e\theta}(e,\theta) > 0$ ist das Vorzeichen von (3.34) unbestimmt. Höheres θ führt dazu, dass die Schadenswahrscheinlichkeit für jede weitere Einheit e weniger stark reduziert wird. Aufwand zu erbringen ist für ein höheres θ praktisch unproduktiver als für ein niedriges θ. Der Anreiz, mehr Aufwand zu erbringen, ist dann geringer.

Für die Veränderung der Ersparnisse S folgt für den Fall, dass die Versicherung Sparen nicht kontrolliert, aus der Bedingung erster Ordnung für die optimale Höhe der freiwilligen Ersparnisse (3.14),

$$\frac{\partial S}{\partial\theta} = -\pi\frac{p_\theta(e,\theta)\big(U_c(C_L,e)-U_c(C_N,e)\big)}{EU_{SS}} - \pi\frac{\partial e}{\partial\theta}\frac{p_e(e,\theta)\big(U_c(C_L,e)-U_c(C_N,e)\big)}{EU_{SS}} \lesseqgtr 0,$$

d.h. die Reaktion der Ersparnisse ist uneindeutig. Wenn es schwerer wird, den Schaden abzuwenden, möchte das Individuum mehr sparen, um die Differenz der Grenznutzen zu reduzieren (1. Term). Aber höheres θ führt auch zu einem höheren Aufwandniveau falls $p_{e\theta}(e,\theta) \leq 0$. Das reduziert die Schadenswahrscheinlichkeit, so dass Sparen weniger bedeutend wird (2. Term).

Ebenso uneindeutig ist die Reaktion der Versicherungsnachfrage, wenn Ersparnisse sich infolge eines höheren θ verändern. Das zeigt (3.17), wo deutlich wird, dass Versicherung und Ersparnisse sowohl Komplemente als auch Substitute sein können. Ebenso gilt dies, wenn die Versicherung die Höhe der Ersparnisse wählt. Eine Simulation des oben dargestellten Beispiels macht die Reaktion der Variablen in Abhängigkeit von θ deutlich.

Es wird angenommen, dass

$$p(e,\theta) = \exp\left(-\frac{e}{\theta}\right).$$

Daraus folgt

$$p_\theta(e,\theta) = \frac{e}{\theta^2}\exp\left(-\frac{e}{\theta}\right) > 0$$

und

$$p_{e\theta}(e,\theta) = \frac{1}{\theta^2}\left(1-\frac{e}{\theta}\right)\exp\left(-\frac{e}{\theta}\right) < 0, \qquad \forall \quad \theta < e.$$

Ein höheres θ löst eine Erhöhung des Risikos im Sinne der Stochastischen Dominanz 1. Ordnung aus, da

$$\frac{\partial\big(1-p(e;\theta)\big)}{\partial\theta} < 0.$$

Abbildung 3.6 macht diese Annahme graphisch deutlich. Für

$$\theta_2 > \theta_1 \quad \text{ist} \quad 1-p(e;\theta_2) < 1-p(e;\theta_1).$$

Bei der dominanten Verteilung $\big(1-p(e;\theta_2)\big)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kosten des Individuums kleiner sind als $\hat{e}$ geringer. Das bedeutet, dass Personen, deren Aufwand eher durch die dominantere Verteilung charakterisiert wird, die also ein höheres θ haben, mit größerer Wahrscheinlichkeit höhere Aufwandskosten realisieren.

Abbildung 3.7 verdeutlicht die Reaktion, wobei zur Simulation die Nutzenfunktion

$$U(C,e) = u(C)v(\alpha - e) = \frac{1}{\gamma}\big(C^{\xi}(3-e)^{1-\xi}\big)^{\gamma},$$

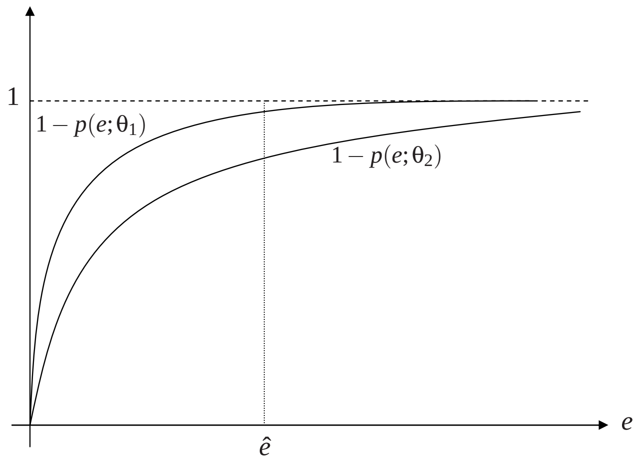


Abbildung 3.6: *Stochastische Dominanz der Verteilungen durch Veränderung von* θ.

mit den Parametern

$$\xi = 0{,}85, \quad \gamma = 0{,}25, \quad \pi = 0{,}3, \quad L = Y_2 = 11 \quad \text{und} \quad Y_1 = 10.$$

verwandt wurden.

Wenn es schwerer wird, den Schaden abzuwenden, dann steigt der Aufwand des Individuums. Die Moral Hazard Problematik nimmt ab, so dass auch mehr Versicherung möglich ist. Steigende Ersparnisse können auch mit dem Argument des Vorsichtssparens erklärt werden, da das Individuum wegen des höheren Risikos mehr spart.

Für $\xi = 0{,}3$ misst das Individuum dem Wert $\alpha - e$ eine stärkere Präferenz zu bei als dem Konsum. Die Kosten für eine Einheit e sind höher als vorher. Vorsichtssparen findet immer noch statt, allerdings ist die Veränderung von e uneindeutig. Wenn es ausreichend schwer ist, die Schadenswahrscheinlichkeit zu beeinflussen, insbesondere falls $\theta > e$, dann sinkt das Aufwandniveau mit θ. Die Kosten der Suche sind dann so hoch, dass für das Individuum ein Anreiz besteht, einen geringen Aufwand zu wählen. Das führt insgesamt dazu, dass die Versicherung stärkere Anreize schaffen muss, damit sich das Individuum tatsächlich anstrengt; die Versicherung sinkt mit zunehmendem θ. Abbildung 3.8 illustriert dies.

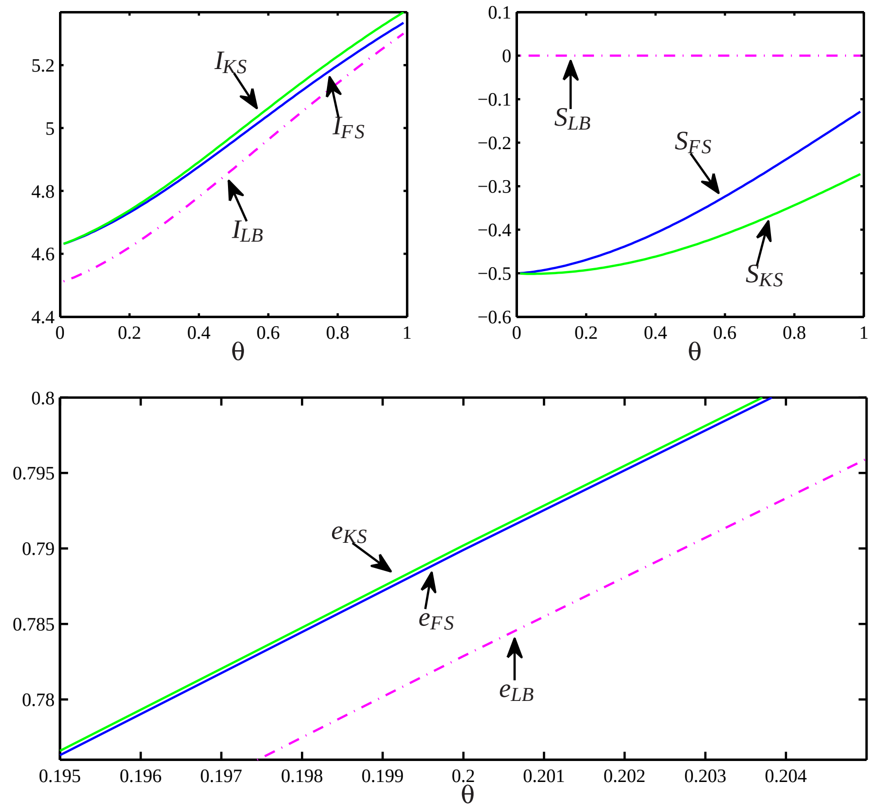


Abbildung 3.7: *Versicherung, Ersparnisse und Aufwandniveau bei ex-post Moral Hazard in Abhängigkeit von* θ*,* $\xi = 0{,}85$*, mit und ohne Liquiditätsbeschränkung.*

Wenn es schwerer wird, den Schaden abzuwenden, dann geht das nicht automatisch mit mehr Versicherung einher. Vielmehr müssen auch die Aufwandskosten ausreichend niedrig sein. Im gegenteiligen Fall muss die Versicherung reduziert werden, um zusätzliche Anreize zu schaffen, sich anzustrengen.

Folgerung 3.8 *Höhere Leistungen der Arbeitslosenversicherung für Ältere können nicht allein damit begründet werden, dass es schwerer wird, eine Stelle zu finden. Wenn die Kosten der Suche hoch sind, kann es optimal sein, die Leistungen zu senken.*

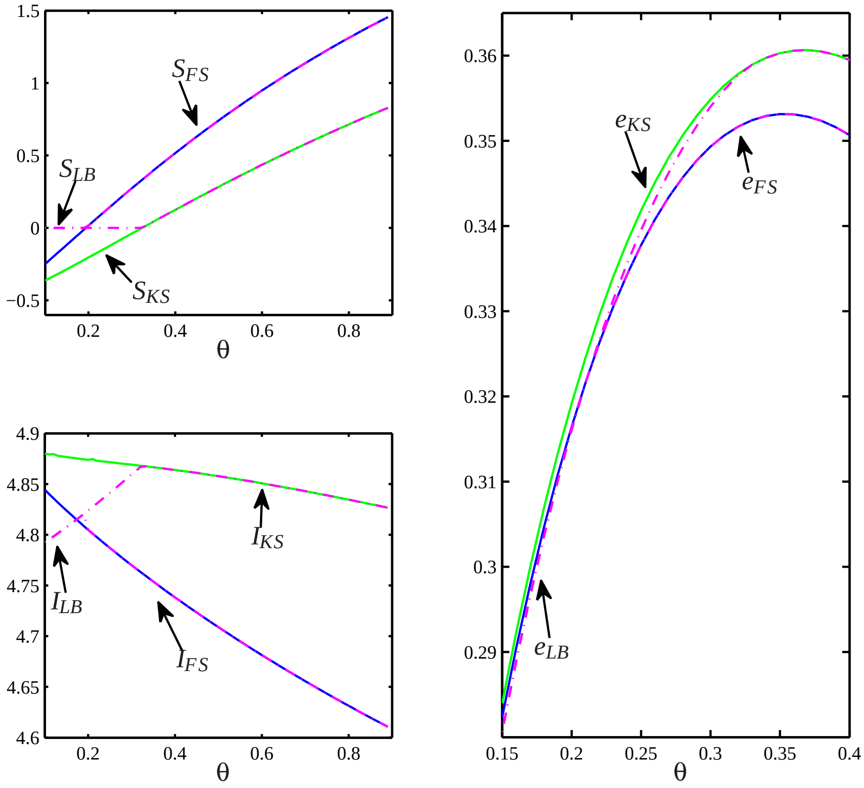


Abbildung 3.8: *Versicherung, Ersparnisse und Aufwandniveau in Abhängigkeit von* θ*,* $\xi = 0{,}3$.

Hinsichtlich der betrachteten Szenarien bestätigen sich die oben beschriebenen Erkenntnisse. Das Individuum will mehr sparen, als der Versicherung recht ist. Das führt insgesamt dazu, dass in der individuellen Lösung weniger Aufwand aufgebracht wird und deshalb die Versicherungsdeckung reduziert wird. Eine Besteuerung der Ersparnisse seitens des Staates wäre effizient, und zwar umso mehr, je schwerer es wird, den Schaden zu verhindern.

Außerdem zeigen die Abbildungen, was bereits analytisch gezeigt wurde. Liquiditätsbeschränkte Individuen strengen sich weniger an, weil sie implizit dazu gezwungen werden, weniger zu sparen. Die Nachfrage nach Versicherung sinkt.

Das bislang besprochene Modell schränkt die Analyse dahingehend ein, dass nur ex-post Probleme erfasst wurden und die Bemühungen, den Schaden einzudämmen, sowie der Schadenseintritt selbst in der gleichen Periode liegen.

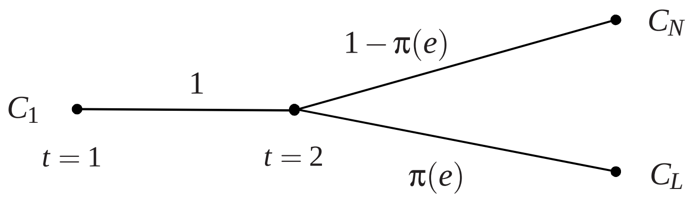


Abbildung 3.9: *Wahrscheinlichkeitsbaum des ex-ante Moral-Hazard-Modells.*

Innerhalb einer Versicherung können jedoch auch ex-ante Moral Hazard Probleme eintreten, wenn Versicherte die Wahrscheinlichkeit eines Schadens präventiv beeinflussen können. Charakteristisch dafür ist, dass das Erbringen von Aufwand sowie das Risiko des Schadens zeitlich getrennt voneinander stattfinden. Außerdem ist im ex-post Moral Hazard Modell das Erbringen von Aufwand an den Schadenseintritt geknüpft, während Aufwand im ex-ante Moral Hazard Modell immer zu einer Reduktion des Lebensnutzens führt. Die Implikationen eines solchen Modells werden im folgenden Abschnitt besprochen.

3.3 Ein ex-ante Moral Hazard Modell

Der Modellaufbau des ex-ante Moral Hazard Modells ist der ex-post Variante sehr ähnlich, wie Abbildung 3.9 verdeutlicht. Im Unterschied hierzu wendet das Individuum in Periode 1 den Aufwand e auf, um die Wahrscheinlichkeit $\pi(e)$ mit $\pi'(e) < 0$ und $\pi''(e) > 0$ eines Schadenseintritts in Periode 2 zu reduzieren. Außerdem ist $\pi(0) > 0$, d.h. das Individuum kann durch das Erbringen von Aufwand das Risiko nicht ganz eliminieren. Die restlichen Variablen für die Einkommen Y_1 und Y_2, den Sparbetrag S sowie die Prämienzahlung P für den Kauf von Versicherung bleiben bestehen. Da das Individuum nun Aufwand in Periode 1 erbringen muss, wird angenommen, dass der Vertrag zu Beginn des Lebens abgeschlossen wird, bzw. die Prämie

$$P = \pi(e)I$$

in Periode 1 zu entrichten ist.

Der zu maximierende Erwartungsnutzen ist

$$\max_{e,I,S} \quad EU = U(C_1,e) + \pi(e)U(C_L,0) + (1-\pi(e))U(C_N,0), \tag{3.35}$$

mit

$$\begin{aligned} C_1 &= Y_1 - S - \pi(e)I, \\ C_N &= Y_2 + S, \\ C_L &= Y_2 + S - L + I, \\ e \geq 0 &\quad \text{und} \quad 0 \leq I \leq L. \end{aligned} \tag{3.36}$$

3.3.1 First-best Lösung

Wenn symmetrische Informationen über den Aufwand e und die Ersparnisse S vorliegen, sind die Bedingungen erster Ordnung entsprechend des Kuhn-Tucker-Theorems für die optimale Wahl der Ersparnisse S, des Aufwandes e sowie der Versicherungsleistung I gegeben durch

$$EU_e = U_e(C_1,e) + \pi'(e)[U(C_L,0) - U(C_N,0)] - U_c(C_1,e)\pi'(e)I \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad e_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad e_{FB} > 0, \end{cases} \tag{3.37}$$

$$EU_S = -U_c(C_1,e) + \pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0) = 0, \tag{3.38}$$

$$EU_I = \pi(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_1,e)\big) \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{FB} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = L. \end{cases} \tag{3.39}$$

Das Ergebnis ist wieder abhängig von der Modellierung der Kostenfunktion.

Der Aufwand geht additiv in die Nutzenfunktion ein

Mit $U(C,e) = u(C) + v(\alpha - e)$ folgt für eine innere Lösung von I aus (3.39)

$$\pi(e)\big(U_c(C_L) - U_c(C_1)\big) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I_{FB} = L.$$

$C_1 = C_L$ führt zusammen mit (3.38) zum Ergebnis, dass vollkommene Konsumglättung $C_1 = C_N = C_L \equiv C$ optimal ist, d.h.

$$S_{FB} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 - \pi(e)L).$$

Auch für den ex-ante Moral Hazard Fall hat die Annahme einer additiven Verknüpfung von Konsum die Gültigkeit des Separationstheorems nach Dionne und Eeckhoudt (1984) zur Folge. Aus (3.37) ergibt sich das Aufwandniveau e_{FB} aus

$$v'(\alpha - e) = -\pi'(e)IU_c(C).$$

Die Kosten für ein marginal höheres e entsprechen dem daraus erzielten Gewinn an Grenznutzen aus einer geringeren Prämienzahlung.

Ist das Individuum **liquiditätsbeschränkt**, so dass $S = 0$ realisiert wird, ist $C_1 \leq C_N = C_L$. Für gegebenes S ergibt sich e und I aus

$$EU_e = v_e(C_1) + \pi'(e)[U(C_L) - U(C_N)] - U_c(C_1)\pi'(e)I \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad e_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad e_{FB} > 0, \end{cases}$$

$$EU_I = \pi(e)\big(U_c(C_L) - U_c(C_1)\big) \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{FB} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{FB} = L. \end{cases}$$

Für innere Lösungen von e und I folgt mit Hilfe der Cramer'schen Regel aus dem impliziten Funktionentheorem

$$\frac{\partial I}{\partial S} = \frac{2u''(C)\big(u'(C)\pi''(e)I - v''(e)\big) - \big(u''(C)\pi'(e)I\big)^2(2-\pi)}{(1+\pi)u''(C)\pi(e)\big(v''(e) - u'(C)\pi''(e)I\big)} < 0, \tag{3.40}$$

$$\frac{\partial e}{\partial S} = \frac{\pi(e)(1+\pi(e))\big(u''(C)\big)^2\pi'(e)I(1-\pi)}{(1+\pi)u''(C)\pi(e)\big(v''(e) - u'(C)\pi''(e)I\big)} < 0. \tag{3.41}$$

Wenn das Individuum in Periode 1 liquiditätsbeschränkt ist, wird es implizit dazu gezwungen, mehr zu sparen als es will. Höhere Ersparnisse führen dazu, dass das Individuum in Periode 2 vermögender ist und sich deshalb weniger versichert. Gleichzeitig wird weniger Aufwand erbracht, um die Schadenswahrscheinlichkeit zu reduzieren.

Kreditbeschränkungen führen im First-best also dazu, dass das Individuum nur noch Teilversicherung kauft. Das resultiert aus der Tatsache, dass die Prämienzahlung in Periode 1 erfolgt [siehe dazu auch die Ergebnisse aus Kapitel 2, insbesondere (2.19)]. Das Unterlassen des Kaufs von Versicherung stellt eine erweiterte Form der Kreditaufnahme dar. Es ist für das Individuum aufgrund der Liquiditätsbeschränkung „teuer“, die Prämie in Periode 1 zu bezahlen.

Der Aufwand geht multiplikativ in die Nutzenfunktion ein

Aus $U(C,e) = u(C)v(\alpha - e)$ folgt für eine innere Lösung von I und S aus (3.39) und (3.38),

$$u_c(C_L)v(\alpha) - \pi(e)u_c(C_L)v(\alpha) + (1-\pi(e))u_c(C_N)v(\alpha) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C_L = C_N.$$

Im First-best ist bei einer additiven Verknüpfung von Aufwand und Kosten – im Gegensatz zum ex-post Moral-Hazard-Modell – Vollversicherung optimal,

$$I_{FB} = L.$$

Weiter folgt aus (3.39) die Beziehung

$$C_1 < C_L = C_N.$$

Der durch e verursachte Nutzenverlust fällt nur in Periode 1 an. Weil $v(\alpha - e) < v(\alpha)$ gilt, ist der Grenznutzen aus Konsum in Periode 1 deshalb höher als in Periode 2. Im ex-ante Moral-Hazard-Modell ist Vollversicherung optimal, da die Kreuzableitung zwischen Konsum und Aufwand im Zustand N und U keine Rolle spielt: In Periode 2 wird kein Aufwand zur Schadensbegrenzung erbracht. Im ex-post Moral-Hazard-Modell, wo in Periode 2 Aufwand zur Schadensvermeidung erbracht wird, führt die Kreuzableitung dagegen dazu, dass sogar im First-best der Kauf einer Teilversicherung optimal ist [siehe Seite 105]. Für den Fall $S = 0$ ist die Aussage bezüglich des Aufwandes uneindeutig.

Wie in Abschnitt 3.2 deutlich wurde, hat das Individuum einen Anreiz, ein geringeres Aufwandniveau zu wählen als vereinbart war, wenn die Versicherung e nicht beobachten kann. Im nächsten Abschnitt wird dieser Zusammenhang auch für das ex-ante Moral-Hazard-Modell belegt.

3.3.2 Asymmetrische Informationen

Wie im ex-post Moral-Hazard-Modell hat das Individuum bei Vollversicherung nach Vertragsabschluss den Anreiz, sich anders zu verhalten als vereinbart. Das gilt sowohl für eine in Konsum und Aufwand additive als auch multiplikative Nutzenfunktion. Nachdem also bereits entschieden wurde, dass $I = L$ und die Prämie P bezahlt wurde, ist der Nutzen $\mathcal{U}$ des Individuums nach Vertragsabschluss,

$$\mathcal{U} = U(C_1, e) + U(C_N, 0),$$

mit

$$\mathcal{U}_e = U_e(C_1, e) < 0.$$

Der Versicherte hat einen Anreiz, weniger Aufwand zu erbringen als die Versicherung zur Einhaltung der Nullgewinnbedingung benötigt. Er maximiert seinen Nutzen, wenn er $e = 0$ wählt. Ist ein solches Verhalten nicht beobachtbar, muss die Versicherung die Verhaltensänderungen der Individuen in ihr Versicherungsangebot miteinbeziehen oder einen Vertrag mit *Vollversicherung*

$$I_{e=0} = L \quad \text{zum Preis} \quad P_{e=0} = \pi(0)L > \pi(e_{FB})L = P_{FB} \tag{3.42}$$

anbieten. Daraus resultieren geringere Ersparnisse als im First-best,

$$S_{e=0} = \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 - \pi(0)L) < \frac{1}{2}(Y_1 - Y_2 - \pi(e)L) = S_{FB}.$$

Wenn der Vertrag $e = 0$ vorsieht und das Individuum kreditbeschränkt ist, folgt aus der Bedingung erster Ordnung für I_{FB} (3.39)

$$\left.\frac{\partial I}{\partial S}\right|_{e=0} = -\frac{U_{cc}(C_L, 0) + U_{cc}(C_1, 0)}{U_{cc}(C_L, 0) + \pi U_{cc}(C_1, 0)} < 0.$$

Der Abschluss einer Teilversicherung ist also optimal, obwohl die Versicherung aktuarisch fair ist. Das resultiert aus der Annahme, dass die Prämie in Periode 1 bezahlt wird. Je höher die Versicherung, desto höher ist die Prämienzahlung. Ein liquiditätsbeschränktes Individuum empfindet die Prämie für Vollversicherung als zu teuer und wird deshalb nur noch eine Teilversicherung nachfragen – dieser Effekt konnte im ex-post Moral-Hazard-Modell nicht hergeleitet werden [vergleiche Seite 107 oder die Ergebnisse im 2-Perioden-Modell auf Seite 26].

Folgerung 3.9 *Eine Liquiditätsbeschränkung in Periode* 1 *führt zum Kauf von Teilversicherung, wenn das Individuum die Prämie in dieser Periode bezahlt.*

Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die Verhaltensreaktion des Individuums zu betrachten, wobei hier wiederum unterschieden wird, ob

- das Individuum über seine Ersparnisse frei entscheiden kann (Third-best) oder
- der Versicherer neben der Höhe der Versicherung auch die Ersparnisse kontrolliert (Second-best).

3.3.3 Third-best Lösung mit unbeobachtbaren Ersparnissen

Analog zum ex-post Modell wird zuerst „Spiel FS" von Seite 107 gelöst, bevor der Fall behandelt wird, in dem die Versicherung die Höhe der Ersparnisse wählt.

Optimale Höhe des Aufwandes

Rückwärtsinduktion führt nun zur optimalen Wahl des Aufwandes e durch

$$EU_e = U_e(C_1,e) + \pi'(e)\big(U(C_L,0) - U(C_N,0)\big) \begin{cases} \leq 0, & e = 0, \\ = 0, & e > 0. \end{cases} \tag{3.43}$$

Da aus $U_{ee} < 0$ und $\pi''(e) > 0$ folgt, dass

$$EU_{ee} = U_{ee}(C_1,e) + \pi''(e)\big(U(C_L,0) - U(C_N,0)\big) < 0,$$

ist die Bedingung zweiter Ordnung immer erfüllt.[11] Mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems kann nun der Einfluss von S und I auf den Aufwand e ermittelt werden:

$$\frac{\partial e}{\partial I} = -\frac{\pi'(e) U_c(C_L,0)}{EU_{ee}} < 0. \tag{3.44}$$

[11] Werden die Aufwandskosten als Konsumreduktion modelliert, ist die Bedingung zweiter Ordnung nicht mehr zwangsläufig erfüllt. Siehe dazu Breyer, Zweifel und Kifmann (2004, Seite 236).

Ein höherer Versicherungsschutz reduziert den Anreiz, Aufwand zu erbringen. Für den Einfluss von Sparen auf die Aufwandsentscheidung ergibt sich,

$$\frac{\partial e}{\partial S} = -\frac{\pi'(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_N,0)\big)}{EU_{ee}} + \frac{U_{ec}(C_1,e)}{EU_{ee}} \lesseqgtr 0. \tag{3.45}$$

Höhere Ersparnisse führen zu einer geringeren Differenz der Grenznutzen des Zustandes N und L, so dass weniger e optimal ist (1. Term). Der zweite Term ist abhängig von der Kreuzableitung von U nach C und e. Wenn die Kosten multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehen, kann dieser Effekt dazu führen, dass mehr Sparen mit mehr Aufwand einhergeht. Steigendes S reduziert den Konsum in Periode 1. Mehr Sparen (weniger Konsum) führt bei $U_{ec} < 0$ zu einem immer höher werdenden Nutzengewinn aus einer Einheit mehr Suche. Das macht das Aufbringen von e attraktiver. Es ist deshalb insgesamt uneindeutig, ob Sparen eine positive oder negative Externalität ausübt, wenn $U_{ce} < 0$.

Im ex-post Moral-Hazard-Modell waren stattdessen die Nutzen in der zweiten Periode betroffen. Mehr Sparen führte zu einem Konsumanstieg in Periode 2. In Verbindung mit $U_{ec} < 0$ bedeutet dies, dass mehr Sparen zu einer immer geringer werdenden Nutzenerhöhung durch eine Einheit mehr Aufwand führt. Ex-post lohnt es sich deshalb nicht, mehr Aufwand zu betreiben, da die Ersparnis für höheren Konsum in dieser Periode sorgt.

$\partial e/\partial S$ hat ein unbestimmtes Vorzeichen, wenn Aufwand und Konsum multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehen, wie es z.B. in der Simulation von Brown, Orszag und Snower (2008) der Fall ist. Der von den Autoren besprochene Effekt, dass mehr Sparen zu höheren Anstrengungen in Form von weniger Freizeit führt, könnte also durch die Wahl der Nutzenfunktion determiniert sein. Eine andere Kostenmodellierung, insbesondere $U_{ce} = 0$, hat zur Folge, dass eine Erhöhung der Ersparnisse zu einem geringeren Anstrengungsniveau führt.

Gehen Freizeit und Konsum additiv in die Nutzenfunktion ein, so ist $U_{ec} = 0$ und $\partial e/\partial S$ eindeutig negativ. Selbst im ex-ante Moral-Hazard-Modell haben höhere Ersparnisse zur Folge, dass die Maßnahmen zur Schadensbegrenzung seitens des Individuums sinken. Das steht der Intention von Sparkonten entgegen.

Folgerung 3.10 *Sparen verursacht einen Moral Hazard Effekt, wenn die Nutzenfunktion additiv in Aufwand und Konsum ist. Gehen die Kosten multiplikativ in die Nutzenfunkion ein, dann kann Sparen auch mehr Aufwand zur Folge haben.*

Optimale Höhe der Ersparnisse

Für die optimale Wahl der Sparhöhe optimiere ich den Erwartungsnutzen über S. Mit Hilfe des Envelope Theorems und den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgt mit $e = e(S)$

$$\frac{\partial EU}{\partial S} = -U_c(C_1, e^*) + \pi(e)U_c(C_L, 0) + (1 - \pi(e^*))U_c(C_N, 0) = 0, \qquad (3.46)$$

wobei e^* der in Abhängigkeit der Ersparnisse S optimal gewählte Aufwand entsprechend der Bedingung erster Ordnung 3.43 beschreibt. Mit

$$\begin{aligned} EU_{SS} &= U_{cc}(C_1, e) + \pi(e)U_{cc}(C_L, 0) + (1 - \pi(e))U_{cc}(C_N, 0) \\ &\quad + \frac{\partial e}{\partial S}\left[-U_{ce}(C_1, e) + \pi'(e)\big(U_c(C_L, e) - U_c(C_N, e)\big)\right] \\ &= U_{cc}(C_1, e) + \pi(e)U_{cc}(C_L, 0) + (1 - \pi(e))U_{cc}(C_N, 0) \\ &\quad + \frac{1}{EU_{ee}}\left[-U_{ce}(C_1, e) + \pi'(e)\big(U_c(C_L, e) - U_c(C_N, e)\big)\right]^2 < 0, \end{aligned} \qquad (3.47)$$

ergibt sich für eine innere Lösung von S

$$\frac{\partial S}{\partial I} = -\frac{\pi(e)U_{cc}(C_L, 0)}{EU_{SS}} + \frac{\big(U_{ce}(C_1, e) - \pi'(e)(U_c(C_L, 0) - U_c(C_N, 0))\big)}{EU_{SS}}\frac{\partial e}{\partial I} \lesseqqgtr 0. \qquad (3.48)$$

Versicherung hat, wie im ex-post Moral-Hazard-Modell, einen uneindeutigen Effekt auf die Höhe der Ersparnis. Auch ein ex-ante Moral-Hazard-Modell muss nicht dazu führen, dass Versicherung und Sparen Substitute sind.

Während im Versicherungsmodell mit Loading im Fall der vorzeitigen Prämienzahlung die Versicherung als Antwort auf die Liquiditätsbeschränkung sinkt, ist nun keine eindeutige Aussage mehr möglich. Es ist unklar, ob der direkte Effekt einer höheren Versicherungsdeckung (1. Term) oder der indirekte Effekt im zweiten Term über die Reaktion des Anstrengungsniveaus überwiegt.

Folgerung 3.11 *Auch bei ex-ante Moral Hazard können Versicherung und Sparen sowohl Komplemente aus auch Substitute sein.*

Optimale Höhe der Versicherung

Der optimale Versicherungsvertrag maximiert, technisch gesehen vergleichbar zum ex-post Moral Hazard Modell, den Erwartungsnutzen vor Vertragsabschluss. Zum einen muss die Teilnahmebedingung der Versicherung,

$$P \geq \pi(e)I \tag{3.49}$$

sowie die Anreizverträglichkeitsbedingung des Individuums erfüllt sein: Es werden nur solche Verträge zugelassen, die einen Anreiz schaffen, ein bestimmtes Aufwandniveau vor dem Risiko des Schadenseintritts tatsächlich zu realisieren. Das funktioniert, wenn die Opportunitätskosten bei einem geringeren Aufwandniveau so hoch sind, dass sich das Individuum mit $e < e_{SB}$ schlechter stellt. Die Versicherungshöhe muss also so gewählt werden, dass die durch die Versicherung, aber auch durch die vom Individuum selbst gebildeten Ersparnisse den Anreiz zur Aufwandserbringung nicht zunichte macht. Deshalb muss der Vertrag die Bedingung

$$\begin{aligned}\{e_{FS}, S_{FS}\} \in arg\max \big\{ & EU(e,S;\overline{P},\overline{I}) \equiv U(Y_1 - S - \pi(e)I, e) \\ & + \pi(e)U(Y_2 + S - L + \overline{I}, 0) + (1-\pi(e))U(Y_2 + S, 0)\big\}\end{aligned}$$

erfüllen. Unglücklicherweise ist auch hier die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung für ein globales Optimum in $\{e_{FS}, S_{FS}\}$ nicht erfüllt [siehe dazu ausführlicher Seite 114], so dass von der Gültigkeit des First-Order-Ansatzes ausgegangen werden muss.

Das zu lösende Problem heißt nun

$$\begin{aligned}\max_{I} \quad & EU = U(C_1,e) + \pi(e)U(C_L,0) + (1-\pi(e))U(C_N,0) \\ & \text{u. d. NB.} \\ & P = \pi(e)I, \\ & U_e(C_1,e) + \pi'(e)\big(U(C_L,0) - U(C_N,0)\big) \begin{cases} \leq 0, & e_{FS} = 0, \\ = 0, & e_{FS} > 0, \end{cases} \\ & -U_c(C_1,e) + \pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0) = 0.\end{aligned} \tag{3.50}$$

Dieses wird gelöst, indem unter Einbezug von $S(I)$ und $e(S(I),I)$

$$\max_{I} \quad EU\big(I,S(I),e(I,S(I))\big),$$

mit $P=\pi(e)I$ direkt nach I abgeleitet wird. Mit (3.44), (3.45) und (3.48) sind die indirekten Effekte $\partial e/\partial S$, $\partial e/\partial I$ und $\partial S/\partial I$ gegeben. Liegt eine Randlösung für e vor, dann ist $\partial e/\partial I=0$. Für eine innere Lösung lautet die Kuhn-Tucker-Bedingung für $0\leq I\leq L$,

$$EU_I \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_{FS}=0, \\ =0, & \text{falls} \quad 0<I_{FS}<L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{FS}=L, \end{cases} \tag{3.51}$$

mit

$$\begin{aligned} EU_I = {} & \pi(e)\left(U_c(C_L,0)-U_c(C_1,e)\right) \\ & -\left(\frac{\partial e}{\partial I}+\frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right)\big((1-\pi(e))U_c(C_N,0)+\pi(e)U_c(C_L,0)\big)\pi'(e)I. \end{aligned} \tag{3.52}$$

Es kann wieder gezeigt werden, dass die Versicherungsnachfrage eindeutig größer Null ist. Für $I=0$ ist der untere Term von (3.52) Null, so dass

$$EU_I\big|_{I=0}=\pi(e)\left(U_c(C_L,0)-U_c(C_1,e)\right)>0,$$

$$\Rightarrow \quad I_{FS}>0,$$

für alle möglichen S und e. Ein ex-ante Moral-Hazard-Modell mit Ersparnissen führt nicht dazu, dass keine Versicherung mehr gekauft wird.

Folgerung 3.12 *Ex-ante Moral Hazard liefert keinen Grund, sich generell nicht gegen ein in Zukunft liegendes Risiko zu versichern.*

Sparkonten, die also gänzlich auf Versicherungsschutz verzichten, beschreiben aus Sicht eines ex-ante Moral Hazard Problems keine optimale Lösung. Die diesbezügliche Annahme von Brown, Orszag und Snower (2008), dass Individuen, die erst später in ihrem Leben arbeitslos werden, keinen Versicherungsschutz mehr genießen, sondern ihren Einkommensschock nur über die Ersparnisse des Sparkontos finanzieren, ist deshalb sehr einschränkend. Sparkonten, die keinen Versicherungsschutz beinhalten, können kein Optimum beschreiben.

3.3.4 Second-best mit kontrollierten Ersparnissen

Um die optimale Höhe der Ersparnisse im ex-ante Fall aus Sicht der Versicherung zu bestimmen, soll nun „Spiel KS“ von Seite 121 gelöst werden.

Die Lösung der zweiten Stufe des Spiels, d.h. die optimale Wahl von e entspricht Gleichung (3.43). Die daraus resultierenden Moral-Hazard-Effekte wurden bereits in (3.44) und (3.45) besprochen.

Da die Bedingung zweiter Ordnung für e erfüllt ist, führt der First-Order-Ansatz mit

$$e_{KS} \in arg\max\left\{U(Y_1 - \overline{S} - \overline{P}, e) + \pi(e)U(Y_2 + \overline{S} - L + \overline{I}, 0) + (1-\pi(e))U(Y_2 + \overline{S}, 0)\right\}$$

zu

$$\begin{aligned}\max_{I,S} \quad & EU = U(C_1,e) + \pi(e)U(C_L,0) + (1-\pi(e))U(C_N,0) \\ & \text{u. d. NB.} \quad P = \pi(e)I, \\ & U_e(C_1,e) + \pi'(e)\big(U(C_L,0) - U(C_N,0)\big)\begin{cases}\leq 0, & e_{KS} = 0, \\ = 0, & e_{KS} > 0.\end{cases}\end{aligned} \tag{3.53}$$

Aus

$$\max_{I,S} \quad EU\big(I,S,e(I,S)\big)$$

folgt mit $P = \pi(e)I$ die Bedingung erster Ordnung für die optimale Wahl von $0 \leq I \leq L$,

$$EU_I \begin{cases}\leq 0, & \text{falls} \quad I_{KS} = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_{KS} < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_{KS} = L,\end{cases} \tag{3.54}$$

mit

$$\begin{aligned}EU_I = {} & \pi(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_1,e)\big) \\ & - \frac{\partial e}{\partial I}\big(\pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0)\big)\pi'(e)I,\end{aligned} \tag{3.55}$$

und

$$\begin{aligned}EU_S = {} & -U_c(C_1,e) + \pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0) \\ & - \frac{\partial e}{\partial S}\big(\pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0)\big)\pi'(e)I = 0,\end{aligned}$$

wobei die Verhaltensanreize $\partial e/\partial I$ und $\partial e/\partial S$ entsprechend (3.44) und (3.45) für eine innere Lösung von e gegeben sind. Ist $e = 0$, dann entfallen diese Effekte und die Lösung aus (3.42) resultiert daraus.

Wenn das Individuum selbst über die Höhe seiner Ersparnisse S_{FS} entscheiden kann, ist die Gleichung (3.46) erfüllt. Die Bedingung erster Ordnung für von der Versicherung kontrollierte Ersparnisse S_{KS}, ist an der Stelle $S = S_{FS}$,[12]

$$\frac{\partial EU}{\partial S}\Big|_{S=S_{FS}} = -\frac{\partial e}{\partial S}\big(\pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0)\big)\pi'(e)I.$$

Das Vorzeichen dieses Ausdrucks ist abhängig vom Vorzeichen von $\partial e/\partial S$ aus Gleichung (3.45),

$$\frac{\partial e}{\partial S} = -\frac{\pi'(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_N,0)\big)}{EU_{ee}} + \frac{U_{ec}(C_1,e)}{EU_{ee}} \lesseqgtr 0. \tag{3.45}$$

Für

$$U_{ce}(C_1,e) \geq 0 \quad \text{ist} \quad \frac{\partial e}{\partial S} < 0,$$

d.h. die Ableitung an der Stelle $S = S_{FS}$ ist negativ, bzw.

$$S_{KS} < S_{FS}.$$

Die Versicherung möchte, dass das Individuum weniger spart, weil Sparen einen negativen Einfluss auf die Bemühungen hat, den Schadenseintritt weniger wahrscheinlich zu machen.

Diesem Verhalten sollte seitens des Staates mit einer Besteuerung von Ersparnissen und einer Subventionierung von Krediten entgegengewirkt werden, um Individuen davon abzuhalten, zu viel zu sparen. Ein solcher Effekt konnte auch im ex-post Moral-Hazard-Modell beschrieben werden. Diese Lösung für den ex-ante Fall bezieht sich aber nur auf einen additiven Zusammenhang zwischen Konsum und Kosten.

Für den Fall, dass Konsum und Aufwand multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehen, ist $U_{ec} < 0$. Das führt dazu, dass das Vorzeichen von $\partial e/\partial S$ unbestimmt bleibt, da hier zwei gegenläufige Effekte existieren: Mehr Sparen führt zu einem immer höher werdenden Nutzengewinn, so dass mehr Aufwand sinnvoll erscheint. Höhere Ersparnisse führen

[12] $EU_{SS} < 0$, wie (3.47) deutlich macht.

aber auch dazu, dass die Differenz zukünftiger Grenznutzen reduziert wird und so weniger Aufwand optimal erscheint. Insgesamt kann Sparen deshalb durchaus einen positiven Einfluss auf die Bemühungen des Individuums haben. Dann ist

$$\frac{\partial e}{\partial S} > 0 \quad \Rightarrow \quad S_{KS} > S_{FS}. \tag{3.56}$$

Es kommt auf die Wahl der Parameter an, ob die Versicherung höhere als die frei vom Individuum gewählten Ersparnisse realisieren möchte oder nicht.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich die Aussagen des ex-post und ex-ante Moral-Hazard-Modells für in Konsum und Aufwand *additive Nutzenfunktionen* qualitativ entsprechen: Das Individuum spart immer mehr, als es aus Sicht der Versicherung optimal wäre.

Für *multiplikative Nutzenfunktionen* spart das Individuum im ex-post Moral-Hazard-Modell zu viel. Im ex-ante Modell kann es vorkommen, dass zu wenig gespart wird. Das resultiert aus der Kreuzableitung nach Konsum und Aufwand, insbesondere wenn mehr Konsum mit einem geringeren Grenznutzen aus Aufwand einhergeht. Wenn Aufwand in Periode 1 erbracht wird, dann reduzieren die jetzt gebildeten Ersparnisse den Konsum und infolgedessen steigt der Grenznutzen aus Aufwand. Höhere Ersparnisse können dann mit mehr Aufwand einhergehen. Wird Aufwand hingegen in Periode 2 erbracht, dann sorgen hohe Ersparnisse für mehr Konsum in dieser Periode und reduzieren das Aufwandniveau.

Folgerung 3.13 *Es ist abhängig vom Vorzeichen der Kreuzableitung nach Konsum und Aufwand, ob das Individuum im ex-ante Moral Hazard Modell zu viel oder zu wenig spart. Wenn die Kreuzableitung gleich Null ist, dann spart das Individuum freiwillig immer zu viel.*

Wird freiwillig zu viel gespart, ist der Staat gut beraten, den durch Sparen verursachten Moral Hazard Effekt mit einer Besteuerung von Ersparnissen und der Subventionierung von Krediten entgegenzuwirken – das wurde auf Seite 123 bereits besprochen.

Nun konnte auch ein Fall skizziert werden, in welchem das Individuum freiwillig zu wenig spart. Das wirft die Frage auf, ob staatlich verordnetes Sparen, auch mittels Sparkonten, überhaupt Sinn macht. Angenommen ein Individuum würde dazu gezwungen, den

Betrag $S_{KS} - S_{FS}$ zu sparen, d.h. mehr zu sparen, als es eigentlich wollte. Warum sollte es genau diesen Betrag nicht als Kredit wieder aufnehmen?

Es scheint keine Möglichkeit zu geben, ein Individuum von diesem Schritt abzubringen, wenn perfekte Kapitalmärkte vorliegen. Ob Zwangssparen Sinn macht oder nicht, hängt also maßgeblich von der Annahme imperfekter Kapitalmärkte und der jeweiligen Präferenzstruktur des Individuums ab. Liegen perfekte Kapitalmärkte vor, dann kann das Individuum lediglich dadurch zum Sparen bewegt werden, indem Ersparnisse subventioniert und Kredite besteuert werden. Ein Ausweichmechanismus für diesen Umgang mit Ersparnissen ist nicht erkennbar.

Hingegen kann Zwangssparen über Sparkonten bei perfekten Kapitalmärkten dazu führen, dass das Individuum diesen Betrag über eine Kreditaufnahme wieder rückgängig macht. Damit wäre im Ergebnis nichts gewonnen. Dieser Gedanken fehlt bislang in der Literatur bei der Bewertung von Sparkonten.

Folgerung 3.14 *Wenn die Nutzenfunktion multiplikativ in Konsum und Aufwand ist und Ersparnisse positiv auf die Aufwandsbemühungen des Individuums wirken, kann eine Subventionierung von Ersparnissen Sinn machen.*

Da die Annahme perfekter Kapitalmärkte eine Auswirkung auf die Politikempfehlung hat, möchte ich die Wirkung einer Liquiditätsbeschränkung genauer untersuchen.

3.3.5 Liquiditätsbeschränkung

Für $S_{KS} = S_{FS} = 0$ ist $\partial S / \partial I = 0$ und die Bedingung erster Ordnung für die optimale Wahl der Versicherung I^j für $j = KS, FS$ nach (3.52) und (3.55) entsprechen sich,

$$EU_I^j = \begin{cases} \leq 0, & \text{falls} \quad I_j = 0, \\ = 0, & \text{falls} \quad 0 < I_j < L, \\ \geq 0, & \text{falls} \quad I_j = L, \end{cases}$$

mit

$$\begin{aligned} EU_I^{KS} &= EU_I^{FS} \\ &= \pi(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_1,e)\big) \\ &\quad - \frac{\partial e}{\partial I}\big(\pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0)\big)\pi'(e)I. \end{aligned}$$

Wenn das Individuum einen Kredit aufnehmen will, aber keinen Zugang zum Kapitalmarkt erhält, dann führt die Liquiditätsbeschränkung dazu, dass das Individuum implizit dazu gezwungen wird, mehr zu sparen. Das gilt auch, wenn die Versicherung die durch Sparen gesetzten Anreize in ihre Optimierung einbezieht. Aus (3.45),

$$\frac{\partial e}{\partial S} = -\frac{-U_{ec}(C_1,e) + \pi'(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_N,0)\big)}{EU_{ee}} \lesseqgtr 0,$$

wird deutlich, dass die Wirkung einer Kreditrestriktion vom Vorzeichen der Kreuzableitung nach C und e abhängt. Ist $U_{ce} = 0$, führt die Kreditrestriktion zum bereits bekannten Ergebnis, dass sich das Individuum weniger anstrengt. Hingegen kann $U_{ce} < 0$ auch dazu führen, dass $\partial e/\partial S > 0$ ist. Dann strengt sich das liquiditätsbeschränkte Individuum mehr an als dasjenige welches Zugang zum Kapitalmarkt hat – anders als im ex-post Moral-Hazard-Modell.

Folgerung 3.15 *Wenn $U_{ce} < 0$, kann das Vorliegen einer Kreditrestriktion im ex-ante Moral-Hazard-Modell zu mehr Aufwand führen.*

Wenn allein das Ziel besteht, dass Individuen sich präventiv mehr anstrengen, dann kann es für $U_{ce} < 0$ optimal sein, das Individuum über das staatliche Rentensystem, oder anders beispielsweise durch Sparkonten, in die Liquiditätsbeschränkung zu drücken. Wird während der Arbeitszeit ein so hoher Beitrag zur Rentenversicherung verpflichtend bezahlt, dass das Individuum liquiditätsbeschränkt ist, dann spart es mehr als es eigentlich wollte. Das führt bei $\partial e/\partial S > 0$ dazu, dass sich das Individuum mehr anstrengt. Das hat allerdings nicht unbedingt zur Folge, dass der Versicherungsschutz sinkt. Dieser Zusammenhang ist aus (3.52),

$$\begin{aligned} EU_I &= \pi(e)\left(U_c(C_L,0) - U_c(C_1,e)\right) \\ &\quad - \left(\frac{\partial e}{\partial I} + \frac{\partial e}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial I}\right)\big((1-\pi(e))U_c(C_N,0) + \pi(e)U_c(C_L,0)\big)\pi'(e)I, \end{aligned} \tag{3.52}$$

mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems zu ermitteln. Da EU_{IS} ein unbestimmtes Vorzeichen hat, kann

$$\frac{\partial I}{\partial S} = -\frac{EU_{IS}}{EU_{II}}$$

sowohl positiv als auch negativ sein.

Im folgenden Beispiel soll die Wirkung des ex-ante Moral-Hazard-Modells im Vergleich zum ex-post Modell, auch im Hinblick auf Kreditrestriktionen, verdeutlicht werden.

3.3.6 Eine numerische Simulation

Wie im ex-post Moral-Hazard-Modell wird das Modell mit einer in Konsum und Aufwand multiplikativen Nutzenfunktion

$$U(C,e) = u(C)v(e) = \frac{1}{\gamma}\left(C^{\xi}(\alpha - e)^{1-\xi}\right)^{\gamma}$$

simuliert. Der Koeffizient ξ sei 0,85, $\gamma = 0{,}75$ und $\alpha = 3$. Zu Beginn jeder Periode erhält das Individuum das exogene Einkommen $Y_1 = 100$ bzw. $Y_2 = 120$.

Der Schaden $L = 80$ tritt mit der Wahrscheinlichkeit $\pi(e) = 0{,}5(1 - F(e))$ ein, wobei $F(e) = 1 - \exp(-5 \times e)$ ist.[13] Je höher e, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts.

Bezugnehmend auf die Arbeitslosenversicherung stellt 0,5 die Wahrscheinlichkeit dar, zu Beginn von Periode 2 gekündigt zu werden. In Periode 1 kann das Individuum sich mehr anstrengen, d.h. ein höheres Arbeitsleid e in Kauf nehmen, um die Kündigungswahrscheinlichkeit zu reduzieren.

Vergleichbar dazu kann das Individuum in der Krankenversicherung Präventionsmaßnahmen betreiben, um in Periode 2 weniger wahrscheinlich krank zu werden.

Die Simulationsergebnisse in Tabelle 3.2 machen den möglichen Unterschied zum ex-post Moral-Hazard-Modell deutlich. Die gewählten Parameter führen zu dem Fall, dass die Versicherung höhere als die frei vom Individuum gewählten Ersparnisse realisieren

[13] $F(e)$ entspricht der Exponentialverteilung. Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass mehr Aufwand erbracht werden muss als e, bis das Individuum erfährt, ob es seinen Arbeitsplatz behält. Für die Modellierung der Dauer von zufälligen Zeitintervallen ist die Exponentialfunktion geeignet und rechtfertigt damit deren Verwendung.

		S	e	I
Ohne LB	$e > 0$, Versicherung wählt S	−5,072137	0,6220731	18,05853
	$e > 0$, Individuum wählt S	−5,072159	0,6220727	18,05864
Mit LB	$e > 0$	0,000000	0,6310635	15,90316

Tabelle 3.2: *Vergleich der Optimalwerte im ex-ante Moral-Hazard-Modell.*

möchte. Das kann entsprechend (3.56) nur dann der Fall sein, wenn $\partial e/\partial S$ ein positives Vorzeichen hat. Ersparnisse führen in diesem Beispiel nicht zu einer Moral Hazard Problematik, vielmehr üben sie positive Externalitäten aus, die die Versicherung durch Zwangssparen ausnutzen möchte. Die geringen Effekte machen jedoch deutlich, dass die Lösung der Versicherung über das Zwangssparen keine großen Effizienzgewinne verspricht. Es wird lediglich deutlich, dass multiplikativ in die Nutzenfunktion eingehende Kosten in Verbindung mit einer ex-ante Moral-Hazard-Problematik zu der Aussage führen können, dass Sparen und Versicherung Substitute sind. Wenn das Individuum gezwungen wird, mehr zu sparen, kann das mit weniger Versicherung einhergehen. Diese Aussage ist jedoch nicht allgemein gültig, sondern an die Wahl der Parameter gebunden.

Ein liquiditätsbeschränktes Individuum wird implizit dazu gezwungen, mehr zu sparen. Im Vergleich zur Situation ohne Liquiditätsbeschränkung erhöht das die Bemühungen, den Schaden zu reduzieren. Die Versicherungsnachfrage sinkt. In der Simulation des expost Moral-Hazard-Modells führten Kreditbeschränkungen zu weniger Anstrengung und zu weniger Versicherung im Vergleich zum nicht-liquiditätsbeschränkten Fall. Die Bewegung der Versicherungsnachfrage ist aber immer uneindeutig. Sie kann infolge der Liquiditätsbeschränkung steigen, aber wie in diesen Beispielen, auch fallen.

Folgerung 3.16 *Liquiditätsbeschränkung kann das Anstrengungsniveau bei asymmetrischen Informationen erhöhen, die Bewegung der Versicherungsdeckung ist uneindeutig.*

3.3.7 Mehr Versicherung für höhere Schäden?

Ex-ante Moral-Hazard-Modelle finden sich oft in der Umgebung von Krankenversicherungsverträgen in Verbindung mit von Versicherten zu erbringenden Präventionsmaßnahmen. Die spezielle Charakteristik des Risikos Krankheit ist, dass die Kosten hierfür ein Vielfaches des Einkommens übersteigen können. Nun soll gezeigt werden, welchen Einfluss höhere Schäden auf den hier besprochenen Vertrag haben können.

Aus (3.43),

$$EU_e = U_e(C_1,e) + \pi'(e)\big(U(C_L,0) - U(C_N,0)\big) \begin{cases} \leq 0, & e = 0, \\ = 0, & e > 0, \end{cases} \tag{3.43}$$

folgt für die Veränderung des Aufwandniveaus e,

$$\frac{\partial e}{\partial L} = -\frac{-\pi'(e)U_c(C_L,e)}{EU_{ee}} > 0.$$

Je höher der Schaden, desto höher wählt das Individuum sein maximales Aufwandniveau. Das reduziert die Schadenseintrittswahrscheinlichkeit, so dass der Zustand des niedrigen Einkommens C_L unwahrscheinlicher wird. Für die Veränderung der Ersparnisse S folgt für den Fall, dass die Versicherung Sparen nicht kontrolliert aus (3.46),

$$\frac{\partial EU}{\partial S} = -U_c(C_1,e) + \pi(e)U_c(C_L,0) + (1-\pi(e))U_c(C_N,0) = 0, \tag{3.46}$$

$$\frac{\partial S}{\partial L} = -\frac{-\pi(e)U_{cc}(C_L,0)}{EU_{SS}} - \frac{\partial e}{\partial L}\frac{\big(-U_{ec}(C_1,e) + \pi'(e)\big(U_c(C_L,0) - U_c(C_N,0)\big)\big)}{EU_{SS}}.$$

Der erste Term mit positivem Vorzeichen macht deutlich, dass ein höherer Schaden die Notwendigkeit des Sparens erhöht. Der zweite Term hingegen ist negativ. Das durch den höheren Schaden induzierte höhere Aufwandniveau führt dazu, dass die Sparanstrengung auch sinken kann.

Ebenso uneindeutig ist die Reaktion der Versicherungsnachfrage auf höheres L. Eine Simulation macht die Reaktion der Variablen in Abhängigkeit von L deutlich. Es sei wieder angenommen, dass $p(e) = \exp(-5 \times e)$ ist. Abbildung 3.10 zeigt die Reaktion der optimalen Variablen in Abhängigkeit von L für das oben beschriebene Beispiel mit der Nutzenfunktion

$$U(C,e) = u(C)v(\alpha - e) = \frac{1}{\gamma}\big(C^{\xi}(3-e)^{1-\xi}\big)^{\gamma},$$

wo $\xi = 0{,}85$, $\gamma = 0{,}75$, $Y_1 = 100$ und $Y_2 = 120$.

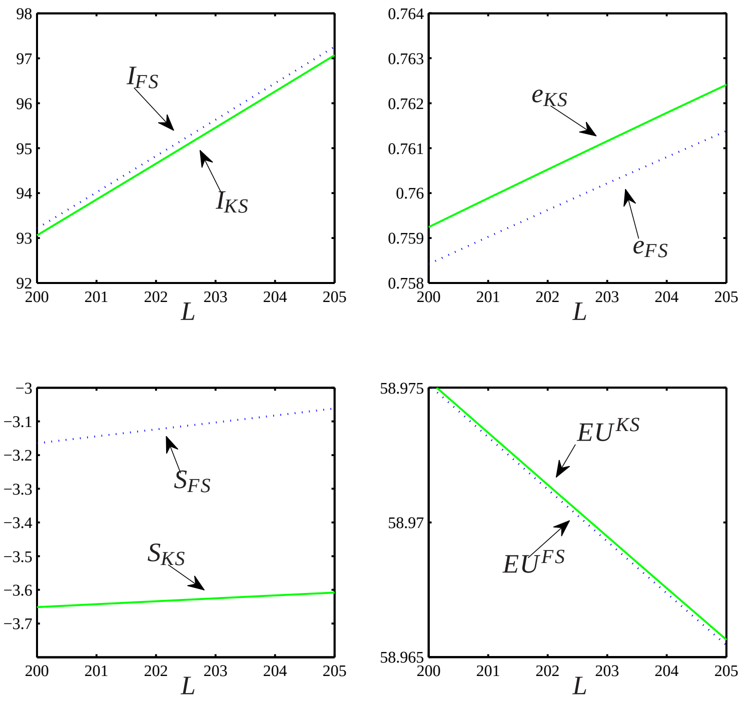


Abbildung 3.10: *Versicherung, Ersparnisse und Aufwandniveau bei ex-ante Moral Hazard in Abhängigkeit von* $L \in [200;205]$.

Wenn die Schadenshöhe zunimmt, dann nimmt parallel dazu der Umfang der Versicherungsdeckung zu. Die Erhöhung von L um eine Einheit führt ungefähr zu einer um 0,64 Einheiten höheren Versicherungsdeckung. Sparen, Selbstversicherung über e und Versicherung sind also Komplemente in Bezug auf L, denn das Aufwandniveau steigt mit zunehmendem Schaden, ebenso wie die Höhe der Ersparnis. Von Interesse scheint hier die Erhöhung des Versicherungsschutzes als Anteil der Versicherungsdeckung, I/L. Man kann zeigen, dass ein um eine Einheit höheres L zu ca. 0,0016 Einheiten höherem Schadensanteil der Versicherung führt. Ebenso steigt die Ersparnis als Anteil der Versicherungsdeckung S/L um 0,00014 Einheiten, wenn die Versicherung über die Höhe des Sparens entscheidet. Anteilsmäßig betrachtet spielt Sparen also eine untergeordnete Rolle. Die Ersparnisse steigen zwar, aber weniger stark als die Versicherungdeckung. Erhöht sich der Schaden um 1€ , dann steigt der effektive Risikoschutz[14] $(I+L)$ um 0,174%, bzw. um 0,178% wenn das Individuum selbst über seine Ersparnisse entscheidet.

Wenn, wie in diesem Beispiel, Ersparnisse einen zusätzlichen Moral Hazard Effekt auslösen, dann ist es optimal, weniger zu sparen. Werden also hohe Schäden abgedeckt, dann

[14] Siehe dazu Seite 24.

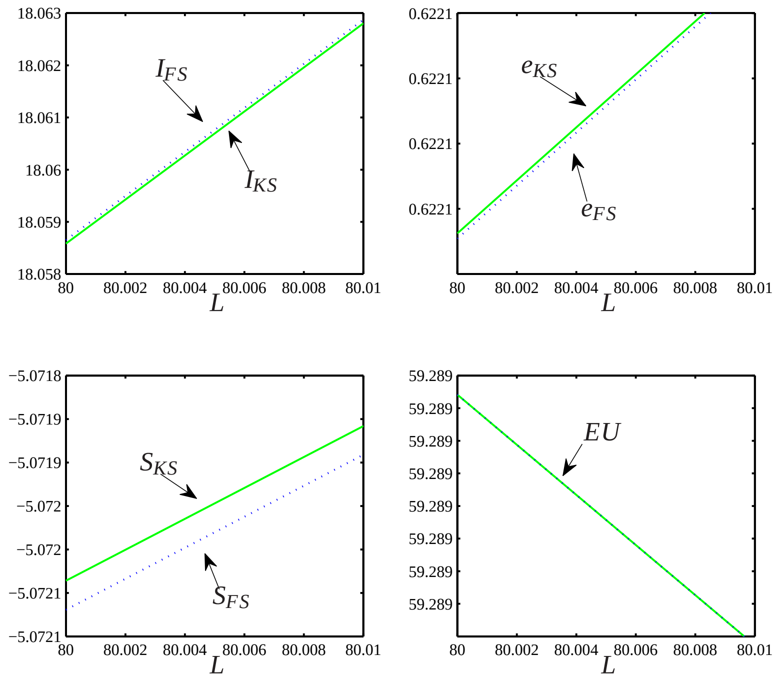


Abbildung 3.11: *Versicherung, Ersparnisse und Aufwandniveau in Abhängigkeit von* $L \in [80; 80{,}01]$.

sollte die Ersparnis in Form einer Besteuerung kontrolliert werden, um einen höheren Erwartungsnutzen zu erzielen. Ist das Risiko jedoch kleiner, dann kann eine Besteuerung von Ersparnissen nicht mehr sinnvoll sein, wie Abbildung 3.11 deutlich macht.

Die Versicherung möchte gerne, dass das Individuum mehr spart und infolgedessen mehr Aufwand aufbringt, so dass die Versicherungsdeckung sinken kann. Dann sind subventionierte Ersparnisse zu empfehlen. Allerdings werden dadurch nur geringe Effizienzgewinne realisiert.

Der effektive Risikoschutz für einen um 1€ höheren Schaden steigt ungefähr um 0,35%, d.h. bei geringen Schäden löst eine marginale Erhöhung der Schadenshöhe eine stärkere Anpassung aus als bei höheren Schäden. Der von der Versicherung übernommene Schadensanteil I/L, bzw. S/L steigt um $0{,}0025$, bzw. $0{,}001$ Einheiten.

3.4 Zusammenfassung

Die Analyse eines ex-post und ex-ante Moral-Hazard-Modells in zwei Perioden, welche sowohl Versicherung als auch (individuelle) Sparelemente mit dadurch implizierten Verhaltensänderungen beinhalten, zeigt, dass Sparen und Versicherung sowohl Komplemente als auch Substitute sein können: Im ex-post wie im ex-ante Moral-Hazard-Modell war uneindeutig, ob die Ersparnisse steigen, wenn die Versicherungsdeckung abnimmt.

Die Modellierung der vom Individuum zu erbringenden Aufwandskosten beeinflusst teilweise die Resultate. Zentrales Ergebnis der erbrachten Analyse ist, dass Versicherung nicht gänzlich durch Sparen ersetzt werden kann. Moral Hazard liefert eine Begründung für Teilversicherung, aber nicht unbedingt für die totale Aufgabe des Versicherungsschutzes. Nur wenn die Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz negativ ist, was lediglich im ex-post Moral-Hazard-Modell möglich ist, kann Versicherung unnötig werden.

Für den Fall, dass der Aufwand zur Schadensverhinderung *beobachtbar* ist, konnte gezeigt werden, dass additive Kosten zu einem Separationstheorem führen; das Individuum fällt die Entscheidung, Vollversicherung zu kaufen, und trifft dann unabhängig davon die Entscheidung zu sparen. Wird die Prämie, wie im ex-ante Moral-Hazard-Modell, eine Periode vor dem Schadenseintritt bezahlt, dann hat eine Liquiditätsbeschränkung in dieser Periode zur Folge, dass im First-best nur Teilversicherung nachgefragt wird. Aufgrund der Kreditrestriktion ist es „teuer“, die Prämie in Periode 1 zu bezahlen. Wird die Prämie in der Periode des Schadenseintritts bezahlt, hat eine Kreditrestriktion in der Periode davor keinen Einfluss auf die Entscheidung.

Gehen die Kosten multiplikativ in die Nutzenfunktion ein, so ist der Kauf von Vollversicherung nur im ex-ante Moral-Hazard-Modell optimal. Im ex-post Moral-Hazard-Modell beeinflussen sich Sparen und Versicherung gegenseitig.

Ist der Aufwand *nicht beobachtbar*, dann ist es nicht immer optimal, Vollversicherung anzubieten. Vielmehr kann auch Teilversicherung optimal sein, um dem Individuum einen Anreiz zu geben, tatsächlich den vereinbarten Aufwand zu betreiben. Denn je höher die Versicherung, desto geringer ist der Anreiz, Schadensminderungsmaßnahmen zu unternehmen. Außerdem wird im ex-post Moral-Hazard-Modell deutlich, dass Ersparnisse eine zusätzliche Moral Hazard Problematik auslösen. Wenn die Versicherung diese negativen Externalitäten internalisiert, dann resultieren daraus geringere Sparanstrengungen als das Individuum tätigt und damit wird eine Begründung für die Besteuerung von Ersparnissen geliefert. Ein ähnliches Ergebnis tritt für den ex-ante Fall zutage, wenn die Kosten additiv in die Nutzenfunktion eingehen. Kontrolliertes Sparen ist dem individuellen Sparen vorzuziehen, da nur hier die Auswirkungen individuellen Verhaltens internalisiert werden. Wenn diese Kontrolle gelingt, dann schafft ein sog. Versicherung-Spar-Vertrag die Möglichkeit, einen höheren Erwartungsnutzen zu realisieren.

Gehen die Kosten für die Aufwandserbringung in einem ex-ante Moral-Hazard-Modell multiplikativ in die Nutzenfunktion ein, dann kann Sparen auch einen positiven Effekt auf die Wahl des Aufwands ausüben. Das hat zur Folge, dass die Versicherung ein höheres Sparniveau wünscht, als das Individuum zu tätigen bereit ist. Um die positive Externalität des Sparens auszunutzen, wäre es denkbar, Zwangssparen anzuordnen. Allerdings macht dies nur Sinn, wenn das Individuum den Sparbetrag über eine Kreditaufnahme *nicht* wieder rückgängig machen kann. Voraussetzung für eine solche Politik ist das Vorliegen imperfekter Kapitalmärkte. Unabhängig von dieser Annahme kann auch die Subventionierung von Ersparnissen das Sparvolumen von Individuen erhöhen.

Anhand der Simulation eines Beispiels mit einer in Konsum und Aufwand multiplikativen Nutzenfunktion konnten die unterschiedlichen Auswirkungen einer positiven und negativen Externalität von Ersparnissen im ex-ante und ex-post Moral-Hazard-Modell deutlich gemacht werden. Das Beispiel veranschaulicht, dass Versicherung und Sparen Substitute sein können, allerdings kann das analytisch nicht gezeigt werden, da der Effekt von Versicherung auf die Höhe der Ersparnisse uneindeutig ist.

Liegen imperfekte Kapitalmärkte vor, dann führt ein ex-post Moral-Hazard-Modell dazu, dass das Individuum sich weniger anstrengt. Für den Fall, dass eine ex-ante Moral Hazard Problematik vorliegt und Ersparnisse positiv auf das Aufwandniveau wirken, wird sich das Individuum wegen der Liquiditätsbeschränkung mehr anstrengen. Das begründet die folgende Hypothese: Wenn dem Individuum über eine verpflichtende Rentenversicherung in frühen Jahren Geld entzogen wird und es damit liquiditätsbeschränkt wird, dann kann Moral Hazard eingedämmt werden.

Liquiditätsbeschränkte Individuen werden implizit dazu gezwungen, mehr zu sparen. Wenn Sparen mit mehr Aufwand einhergeht, dann führt die Kreditrestriktion zu höheren Anstrengungen in der Schadensverhinderung. Im ex-ante Moral-Hazard-Modell konnte anhand eines Beispiels illustriert werden, dass aus der Liquiditätsbeschränkung eine geringere Versicherungsdeckung resultieren kann. Dieser Zusammenhang ließ sich in einem Beispiel auch im ex-post Moral-Hazard-Modell darstellen. Eine Verallgemeinerung dieser Aussage ist jedoch nicht möglich, da Sparen und Versicherung abhängig von der Wahl der Parameter in jedem Fall sowohl Substitute als auch Komplemente sein können.

Bezug nehmend auf die spezielle Frage der Arbeitslosenversicherung für Ältere konnten keine eindeutigen Ergebnisse in der komparativen Statik hergeleitet werden. Nur in der Simulation wurde deutlich, dass höhere Leistungen für ältere Arbeitslose nicht allein damit begründet werden können, dass es für sie schwerer wird, eine Stelle zu finden. Wenn die Kosten der Suche hinreichend hoch sind, kann es optimal sein, die Leistungen zu senken, um zusätzliche Anreize zu geben, tatsächlich nach einer neuen Stelle zu suchen. Auch in diesem Kontext ist eine Besteuerung von Ersparnissen zu empfehlen, und zwar umso mehr, je schwerer es ist, einen Arbeitsplatz zu finden. Ersparnisse und Versicherung sind in diesem Beispiel als Substitute zu betrachten.

Untersucht wurde außerdem, welchen Einfluss die Schadenshöhe auf die Versicherung hat. Wenn die Schadenshöhe im ex-ante Moral-Hazard-Modell zunimmt, dann wird sich das Individuum mehr anstrengen; die Reaktion der Versicherung und der Ersparnis ist jedoch erneut uneindeutig. Im simulierten Beispiel wird deutlich, dass Versicherung umso bedeutender wird, je höher die Schadenshöhe sein kann. Dies bedeutet entgegen mancher Intuition jedoch nicht, dass Ersparnisse reduziert werden sollten. Vielmehr nehmen auch diese zu, allerdings weniger stark als die Versicherungsdeckung. Außerdem wird das Individuum sich mehr anstrengen. Versicherung, Selbstversicherung über Aufwand sowie Ersparnisse sind in Bezug auf die Schadenshöhe Komplemente.

Damit ist die Frage der Substituierbarkeit von Versicherung durch Sparen im Kontext von Moral Hazard weitgehend erörtert, wobei in der Analyse von der Betrachtung heterogener Individuen abgesehen wird. Sollten unproduktivere Individuen einen höheren Versicherungsschutz genießen, weil sie weniger sparen können, wenn der Eintritt des Schadens und die Produktivität positiv miteinander korreliert sind?

Interessant erscheinen auch Lebenszykluseffekte. Im Modell der unfairen Versicherung konnte gezeigt werden, dass junge Individuen keine Versicherung kaufen, weil sie Einkommensschocks über einen Pufferbestand an Ersparnissen selbst ausgleichen können. Nur Individuen, die sich kurz vor ihrem Lebensende befinden, versichern sich zunehmend. Könnte man so ein Verhalten auch in einem Moral-Hazard-Modell abbilden? Intuitiv betrachtet könnte Moral Hazard dazu führen, dass junge Individuen sich nicht mehr versichern. Sie können einen Schock länger über ihr restliches Leben diversifizieren. Das könnte zur Folge haben, dass der Anreiz, sich um Schadensbegrenzung zu bemühen, geringer ist. Wird die Versicherung dann weniger Schutz anbieten, um einen zusätzlichen Anreiz zum Erbringen von Aufwand zu geben? Mehr Versicherung könnte dagegen resultieren, wenn Jüngere selbst einen Anreiz haben, sich mehr anzustrengen. Das könnte z.B. der Fall sein, wenn sie in ihrem bisherigen Leben noch keinen großen Pufferbestand an Ersparnissen bilden konnten.

Wenn Sparen einen negativen Einfluss auf die Bemühungen zur Schadensverhinderung hat, dann geht das mit einer altersabhängigen Besteuerung einher. Da in der Regel ältere Menschen einen höheren Pufferbestand an Ersparnissen haben, dürfte eine mit dem Alter steigende Besteuerung Sinn machen.

Was bedeuten diese Ergebnisse nun für den Reformvorschlag von Sparkonten?

Der Einführung von Sparkonten, die zur Idee haben, den Versicherungsschutz zu reduzieren und durch private Ersparnisse zu ersetzen, muss eine gewisse Skepsis entgegengebracht werden. Immerhin konnte nicht eindeutig gezeigt werden, unter welchen Umständen eine solche Substitution optimal ist.

Versicherung kann lediglich unter der sehr restriktiven Annahme einer positiven Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz redundant werden – was lediglich im ex-post Moral-Hazard-Modell möglich ist. Weniger einschränkende Annahmen führen zu der Aussage, dass ein Versicherung-Spar-Vertrag optimal ist.

Keine Versicherung könnte auch damit begründet werden, dass im Laufe des Lebens mit Sicherheit ein Schaden eintritt und damit lediglich das Lebenseinkommen reduziert wird. Das kann z.B. bei Krankheit der Fall sein, wenn sicher ist, dass irgendwann ein Arztbesuch ansteht. Dieses Argument soll jedoch nicht weiter erörtert werden. Vielmehr wird der Fall untersucht, in dem unsicher ist, ob man medizinische Leistungen benötigt.

Sparkonten, die gänzlich vom Versicherungsschutz absehen, können vielleicht dazu führen, dass Individuen sich mehr anstrengen, den Schaden zu verhindern oder zu reduzieren. Allerdings können Ersparnisse auch eine negative Wirkung auf den Aufwand zur Schadensbegrenzung haben, sowohl im ex-post als auch in der Betrachtung eines ex-ante Moral-Hazard-Modells. Nur unter der Annahme, dass Individuen ihren Konsum weniger genießen können, wenn sie Aufwand zur Schadensbegrenzung betreiben, kann im ex-ante Modell der Fall resultieren, dass Ersparnisse sich positiv auf den präventiven Aufwand eines Individuums auswirken.

Die von Feldstein und Altman (1998, 2007) sowie Vodopivec (2006) beschriebenen Überlegungen, dass durch Sparkonten negative Anreize der Versicherung vollständig internalisiert werden, ist nicht falsch. Die Aussage ist jedoch dahingehend unvollständig, dass Versicherung im Optimum keineswegs nichtig werden muss und Sparen einen Moral Hazard Effekt ausüben kann.

Die theoretische Analyse von Brown, Orszag und Snower (2008) nimmt die Versicherungsleistung als gegeben hin. Unter dieser Annahme zeigen die Autoren, dass der Übergang vom System der herkömmlichen Arbeitslosenversicherung zu Sparkonten effizienzsteigernd ist, wobei die Lohnersatzraten in beiden Systemen gleich hoch sind und nur deren Finanzierung sich ändert. Wenn heute ein ineffizient hohes Niveau an Versicherung bereitgestellt wird, dann kann eine Reduktion der Leistung auch mit höheren Ersparnissen einhergehen (das muss aber nicht so sein). Es ist jedoch fraglich, ob mit einer solchen Politik ein Wohlfahrtsoptimum erzielt werden kann.

In dem ex-ante Moral-Hazard-Modell von Brown, Orszag und Snower (2008) erhalten Individuen, die in der zweiten Periode ihres Lebens zum ersten Mal arbeitslos werden, per Annahme keine Leistung mehr, sondern finanzieren ihren Einkommensschock über das Sparkonto. Das bedeutet, dass diese Individuen keinen Versicherungsschutz mehr genießen. Die hier getätigte Analyse macht deutlich, dass diese Annahme per se nicht zum maximal zu erreichenden Erwartungsnutzen führt. Keine Versicherung zu haben, ist nur für eine positive Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz optimal.

Außerdem stellt sich die grundlegende Frage, weshalb Individuen von staatlicher Seite gezwungen werden sollten, zu sparen, wenn sie privat sogar bereit sind, mehr zu sparen?

Das widerspricht insbesondere dem Gedanken, Ersparnisse in Sparkonten zu subventionieren – vielmehr kann eher eine Besteuerung von Ersparnissen zum gewünschten Ergebnis führen, dass Individuen sich sowohl ex-post als auch ex-ante mehr anstrengen. Nur für den Fall, dass das Erbringen von Aufwand den Nutzen aus Konsum reduziert, macht eine Subventionierung von Ersparnissen in einer Umgebung von ex-ante Moral Hazard Sinn.

Selbst unter der (leicht restriktiven) Annahme, dass Individuen nicht in der Lage sind, selbst zu sparen, so dass dies über Sparkonten realisiert werden muss, können die bislang beschriebenen Konzepte nicht überzeugen. Reine Sparkonten, sog. „pure UISA“, vernachlässigen den Versicherungsgedanken. „UISA-cum-solidarity-fund“-Konten, bei denen die Versicherung nur dann einspringt, wenn alle Ersparnisse aufgebraucht sind, kommen einem optimalen System nahe. Bedeutet dies doch, dass Individuen lediglich kleine Schäden aus ihren Ersparnissen finanzieren müssen. Doch auch das stellt sich in der hier beschriebenen Simulation als suboptimal heraus: ein gewisser Versicherungsschutz ist immer optimal. „UISA-cum-borrowing“-Konten haben den Charme, dass sie eine Liquiditätsbeschränkung aufheben und auf diese Weise den Erwartungsnutzen eines Individuums erhöhen. Allerdings fehlt auch hier das Versicherungselement. Unter diesen Gesichtspunkten kann höchstens ein Versicherung-Spar-Vertrag für optimal gehalten werden – ein Versicherungsvertrag, der mit Sparelementen versehen ist.

Diese Überlegungen gelten aber nur für den Fall, dass Individuen privat nicht in der Lage sind, zu sparen. Das kann zum Beispiel wegen einer Liquiditätsbeschränkung der Fall sein. Wenn Sparkonten diese Kreditrestriktion aufheben, wie auch Stiglitz und Yun (2005) im Rahmen eines ex-post Moral-Hazard-Modells vorschlagen, dann kann ein höheres Aufwandniveau erreicht werden, welches – zumindest in dem hier besprochenen Simulationsbeispiel – mit einer höheren Versicherungsdeckung einhergeht. Heben Sparkonten die Liquiditätsbeschränkung innerhalb einer ex-ante Moral-Hazard-Problematik auf, dann kann es allerdings auch vorkommen, dass daraus ein geringeres Aufwandniveau resultiert. Selbst in diesem Fall muss Sparen kein Substitut für Versicherung sein. Ob der Versicherungsschutz optimalerweise steigt oder fällt, ist abhängig von den Umgebungsvariablen.

Eine Liquiditätsbeschränkung kann auch dadurch zustande kommen, dass Individuen eine hohe Präferenz für aktuellen Konsum haben. Insbesondere kann das der Fall sein, wenn sie sich zusätzlich nicht an ihren Konsumplan binden können, d.h. in jeder Lebensperiode mehr konsumieren als zu Beginn des Lebens geplant war. Solche hyperbolisch diskontierenden Individuen konsumieren heute mehr, weil sie glauben, in der Folgeperiode mehr zu sparen. Wenn sie sich in Zukunft nicht an diese Vorhaben halten, dann wird insgesamt zu wenig gespart. Welche Auswirkungen dies für die optimale Nachfrage nach Versicherung hat, wird im nächsten Kapitel näher betrachtet.

Hat eine Reform lediglich zum Ziel, Individuen dazu zu bringen, mehr Aufwand zur Schadensbegrenzung zu tätigen, dann kann dies am ehesten durch die Besteuerung von Ersparnissen geschehen. Sollten imperfekte Kapitalmärkte vorliegen, dann kann auch mit Hilfe höherer Beiträge zum Rentensystem mehr Aufwand zur Schadensminderung implementiert werden, zumindest im ex-ante Moral-Hazard-Modell, wenn Individuen dadurch kreditbeschränkt werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass man gänzlich auf Versicherungsschutz verzichten kann. Deshalb ist keine Notwendigkeit eines fundamentalen Systemwechsels gegeben, bei welchem die herkömmliche Arbeitslosen- oder Krankenversicherung durch ein Sparkontensystem ersetzt wird.

Kapitel 4

Versicherung und Quasi-Hyperbolische Diskontierung

Die Pflegeversicherung steht seit ihrer Einführung im Jahre 1994 immer wieder im Mittelpunkt der politischen Debatte. In Deutschland wurde für gesetzlich wie für privat Versicherte eine Zwangsversicherung eingeführt, die jedoch nur einen Teil des Pflegerisikos abdeckt.[1] Die gesetzliche Pflegeversicherung leistet je nach Pflegestufe derzeit bis zu maximal 1.432€ pro Monat. Der Aufenthalt in einem Pflegeheim kostet allerdings nicht selten über 3.000€ monatlich. Daher können viele Personen diese Kosten alleine durch ihre Rente und die gesetzliche Pflegeversicherung nicht tragen.

Diese Versorgungslücke könnte durch den Abschluss einer privaten Pflegezusatzversicherung geschlossen werden. Doch obwohl das Risiko, pflegebedürftig zu werden, eines der größten Ausgabenrisiken für Ältere darstellt, fragt nur ein Bruchteil der Bürger eine private Pflegezusatzversicherung nach. Nach dem jüngsten Zahlenbericht der privaten Krankenkassen hatten lediglich 1.316.300 Personen in Deutschland eine Zusatzversicherung für Pflegekosten oder Pflegetagegeld abgeschlossen [siehe Verband der privaten Krankenversicherung e.V. (2009), Seite 35]. Im Vergleich dazu sind in der privaten Pflegepflichtversicherung über 9 Millionen Menschen und in der sozialen Pflegeversicherung rund 70 Millionen Menschen versichert.

[1] Siehe dazu ausführlicher Harrington, Geraedts und Heller (2002).

Das macht deutlich, wie gering die Zahl derer ist, die eine zusätzliche private Pflegeversicherung abschließen – trotz der Tatsache, dass das Risiko, ein Pflegefall zu werden, tendenziell zunimmt, was nicht zuletzt auf die Alterung der Gesellschaft zurückzuführen ist, wie auch Norton (2000) und Brown und Finkelstein (2009) festhalten.

Insbesondere Fetzer, Moog und Raffelhüschen (2002) betonen, dass immer mehr Pflegebedürftige auf professionelle Hilfe angewiesen sein werden, weil es in einer schrumpfenden Bevölkerung weniger wahrscheinlich wird, dass Jüngere sich um ihre Eltern sorgen. Gleichzeitig ist ein ansteigender Trend zu Einpersonenhaushalten zu verzeichnen. Das wird langfristig dazu führen, dass die Geldleistungen im ambulanten Bereich durch die teureren Sachleistungen substituiert werden müssen, so Schmähl (1999). Nach Breyer (1995) könnte die zunehmende Nachfrage nach professioneller Pflege einen zusätzlichen Lohnanstieg des Pflegepersonals verursachen. Die Ausgaben werden dadurch weiter steigen. Warum Individuen nicht bereit sind, diese Versorgungslücke durch den Abschluss einer privaten Zusatzversicherung zu schließen, ist deshalb eine wichtige Frage.

Die traditionelle ökonomische Theorie besagt, dass risikoaverse Personen eine Versicherung abschließen sollten, um das teure Risiko der Pflegebedürftigkeit abdecken zu können. Ein fehlender Versicherungsschutz für Pflegekosten hat deshalb ernsthafte Wohlfahrtsimplikationen zur Folge – nicht nur für die Betroffenen oder die Älteren, sondern für die Gesellschaft insgesamt.

Finkelstein und McGarry (2006) zeigen, dass private Informationen über den Risikotyp existieren und diese positiv korreliert sind mit dem Versicherungsschutz. Auch Sloan und Norton (1997) finden Evidenz für Adverse Selektion auf dem Pflegeversicherungsmarkt in den USA und belegen darüber hinaus, dass eine staatliche Einrichtung wie „Medicaid“ zu einer Verdrängung der Nachfrage nach privater Pflegeversicherung führen kann [siehe auch Brown, Coe und Finkelstein (2007)]. „Medicaid“ bietet Schutz für sehr arme Menschen, d.h. für Individuen, welche so gut wie kein Vermögen haben. Wenn Individuen der Mittelschicht in Pflegeheimen betreut werden, dann kommt es nicht selten vor, dass sie verarmen, weil sie ihr gesamtes Vermögen dazu nutzen, den Heimaufenthalt zu finanzieren. Letzten Endes werden sie dann von „Medicaid“ unterstützt. Eine theoretische Ausarbeitung für dieses Verhalten liefern Brown und Finkelstein (2008). Eine staatliche Unterstützung für den Notfall reduziert das Ausgabenrisiko und führt dazu, dass der Grenznutzen aus einer Einheit Versicherung abnimmt.

Außerdem übernimmt „Medicaid“ Ausgaben, die auch eine private Versicherung bezahlt hätte. Allerdings müsste das Individuum für die private Versicherung eine Prämie bezahlen, so dass es rational erscheint, keine Versicherung zu kaufen. Eine ähnliche Erklärung für Deutschland kann das staatlich garantierte Mindesteinkommen darstellen. Wenn ein Individuum sein Vermögen aufgebraucht hat, dann übernimmt der Staat die Kosten der Pflege – der Anreiz, eine in diesem Sinne „teure“ Pflegeversicherung abzuschließen, ist gering. Dieser von Zweifel, Breyer und Kifmann (2009, Abschnitt 5.3) als Trittbrettfahrerverhalten bezeichnete Effekt scheint viel bedeutender zu sein als die Existenz eines Versicherungsaufschlags in der Pflegeversicherung, wie Brown und Finkelstein (2007) festhalten.

Auf der anderen Seite unterschätzen Individuen das Risiko der Pflegebedürftigkeit [siehe Cutler (1993)]. Eine weitere Erklärung wird von Pauly (1990) und in theoretischer Fassung von Zweifel und Strüwe (1998) bereitgestellt. Die Existenz günstiger Substitute wie die der informellen Pflege innerhalb der Familie reduzieren den Anreiz, eine private Pflegeversicherung abzuschließen. Familien mit Kindern entscheiden sich außerdem bewusst dazu, auf den Kauf einer Pflegeversicherung zu verzichten, um ihren Kindern einen zusätzlichen Anreiz zu geben, ihre Eltern im Falle des Eintritts einer Pflegebedürftigkeit zu pflegen. Das Unterlassen des Kaufs von Versicherung wird dazu genutzt, die interfamiliäre Moral Hazard Problematik einzudämmen. Außerdem kann ein Eigenheim ein Substitut für die private Pflegeversicherung darstellen, wie Davidoff (2010) ausführt. Wenn ein Individuum pflegebedürftig wird und sein Einkommen für die Pflege nicht ausreicht, kann das Eigenheim verkauft werden, um zusätzliches Einkommen zu generieren.

Allerdings wurden Abweichungen von den Standardmodellen exponentiell diskontierender Individuen nicht im Kontext der Nachfrage nach Pflegeversicherung analysiert. Finkelstein (2009, Seite 16) heben hervor, dass hyperbolische Diskontierung im Rahmen der Nachfrage nach Pflegeversicherung eine ungelöste Frage darstellt:

> „... we are aware of no research examining behavioral aspects in the area of long-term care insurance. Lacking such research, one cannot rule out, *a priori*, the possibility that limited rationality could increase the demand for insurance rather than decrease it.“

In diesem Kapitel wird anhand der Arbeit von Kifmann, Roeder und Schnekenburger

(2010) verdeutlicht, dass beide Effekte möglich sind.[2] Dazu wird das Modell von Laibson (1997) angewandt, welches die Verhaltensmuster quasi-hyperbolischer Diskontierer im Standardmodell rationaler Lebenszyklusplanung integriert. In diesem Modell treffen Individuen zeitinkonsistente Sparentscheidungen. Darüber hinaus wird sichtbar gemacht, dass auch die Versicherungsentscheidung eines quasi-hyperbolischen Diskontierers über die Perioden hinweg revidiert wird.

Zeitinkonsistente Präferenzen wurden zuerst von Strotz (1956) angedacht, weil Individuen sich auf kurze Sicht ungeduldiger verhalten – im Vergleich zu langfristigen Entscheidungen [siehe auch O'Donoghue und Rabin (1999)]. Diese Zeitinkonsistenz impliziert, dass die Diskontierungsfunktion eher hyperbolischer als exponentieller Form ist, wie es in der traditionellen Lebenszyklustheorie angenommen wird.

Es gibt mehrere Möglichkeiten, Zeitinkonsistenz zu belegen. Man kann reales Verhalten in Modellen mit und ohne Zeitinkonsistenz berechnen, um zu bewerten, welcher Modelltyp die bessere Erklärung für die beobachteten Verhaltensmuster liefert. Angeletos et. al. (2001) zeigen, dass das hyperbolische Diskontierungsmodell das rationale Exponentialmodell in der Erklärung von Konsumverhalten und Ersparnisbildung dominiert. Das betonen auch Bernheim, Skinner und Weinberg (2001, Seite 854f):

> „... there is little evidence that households use savings to smooth the effects on consumption of predictable income discontinuities. These findings are difficult to interpret in the context of the life-cycle model. [...] in our view, the empirical patterns in this paper are more easily explained if one steps outside the framework of rational, farsighted optimization."

Einen anderen Beleg stellen Laborexperimente dar, welche erkennen lassen, dass die Präferenzen von Individuen am besten durch eine hyperbolische Diskontierungsfunktion beschrieben werden können [siehe dazu Frederick, Loewenstein und O'Donoghue (2002) für eine kurze Übersicht].

Hyperbolische Diskontierung generiert ein Problem der Selbstkontrolle. Selbst wenn zukünftig die Realisierung eines glatten Konsumpfades geplant wird, haben hyperbolische

[2] Diese Arbeit habe ich vor meiner Heirat und dem daraus folgenden Namenswechsel zusammen mit Mathias Kifmann und Kerstin Roeder verfasst. Mein Geburtsname ist Clarissa Schnekenburger.

Diskontierer auf kurze Sicht weniger Interesse daran, Ersparnisse zu bilden. Die Möglichkeit der Verzögerung des Konsums in Zukunft wird zwar bedacht, allerdings ist der sofortige Konsumgenuss für hyperbolische Diskontierer äußerst verlockend.

In diesem Kapitel wird gezeigt, dass die Neigung zu sofortigem Konsum auch die Entscheidung für den Kauf einer Pflegeversicherung beeinflusst. Wenn das Individuum im mittleren Alter liquiditätsbeschränkt ist, wird es weniger Pflegeversicherung nachfragen als in jungen Jahren geplant war. Aus der Sicht eines verrenteten Individuums kann es dann sein, dass der Kauf der geringen Versicherungsdeckung bereut wird.

Das Modell baut auf den folgenden Charakteristika auf: Um zeitinkonsistentes Verhalten abbilden zu können, ist es notwendig, ein Modell in drei Perioden aufzustellen. Es wird angenommen, dass das Individuum in den ersten beiden Perioden arbeitet und in der letzten Lebensperiode in Rente geht. Beim Eintritt in das Rentenalter wird das Individuum mit dem Risiko konfrontiert, in dieser Periode pflegebedürftig zu werden und die teuren Pflegekosten tragen zu müssen. Während der Arbeitszeit besteht die Möglichkeit, sich gegen dieses Risiko zu versichern. Die Versicherung ist aktuarisch unfair, d.h. verlangt einen Versicherungsaufschlag auf die Prämie [siehe dazu auch Brown und Finkelstein (2007)].

Wenn das Individuum in den Ruhestand geht, erhält es eine staatliche Rente, für welche es bereits einen exogen gegebenen Anteil seines Arbeitseinkommens verpflichtend sparen musste. Wie bei İmrohoroğlu et al. (2003), die auch ein Modell untersuchen, in dem Individuen ihre in der Vergangenheit getroffenen Entscheidungen bereuen, werden Liquiditätsbeschränkungen berücksichtigt, um die Individuen davon abzuhalten, zukünftiges Einkommen oder ihre Rente zu beleihen.

Der Rest des Kapitels ist folgendermaßen aufgebaut: Im nächsten Abschnitt wird das Modell aufgestellt sowie die (quasi-)hyperbolische Diskontierungsfunktion und das daraus resultierende zeitinkonsistente Verhalten eines Individuums genau beschrieben. Im Anschluss daran wird das Optimierungsproblem eines quasi-hyperbolischen Diskontierers und sich daraus ergebende analytische Ergebnisse präsentiert. Simulationsergebnisse unterstützen die Analyse, bevor in Abschnitt 4.2 eine Politikimplikation besprochen wird. In der numerischen Simulation wird auch deutlich, dass diese Politikempfehlung zu einer Pareto-Verbesserung führen kann. Zum Schluss werden die Ergebnisse zusammengefasst.

4.1 Das Modell

Es wird angenommen, dass ein Individuum drei Perioden lebt. In den ersten beiden Perioden geht das Individuum einer Arbeit nach, wobei von der Modellierung eines endogenen Arbeitsangebots abstrahiert wird. Das Individuum bietet eine Einheit Arbeit an und erhält dafür das Einkommen $(1-b)Y_t$, wobei Y_t das Lohneinkommen in Periode $t = 1,2$ und $b \geq 0$ den Beitragssatz zum staatlichen Rentensystem beschreibt. In Periode 3 geht das Individuum in den Ruhestand und erhält die staatliche Rente in Höhe von p. Damit die Budgetrestriktion der Rentenversicherung erfüllt ist, muss

$$b(Y_1+Y_2) = p \tag{4.1}$$

gelten. Es wird außerdem angenommen, dass das Individuum in jeder Periode den Betrag S sparen kann, um Konsum in die nächste Periode zu transferieren bzw. sein Renteneinkommen zu erhöhen. Der Zins und die Wachstumsrate der Bevölkerung sind Null.

Das Individuum ist in jeder Periode liquiditätsbeschränkt, weil der Kreditmarkt imperfekt ist und die Rente nicht beliehen werden kann [siehe z.B. Diamond und Hausman (1984)]. Dies führt zu der Annahme, dass Ersparnisse nicht negativ werden dürfen, d.h. $S_t \geq 0$ für $t = 1,2$. Im Rentenalter kann das Individuum mit der Wahrscheinlichkeit π pflegebedürftig werden. Die Kosten für Pflege betragen dann L. Diese können sich zusammensetzen aus Medikamenten, Hilfsmitteln oder Pflegeleistungen. Gegen das Risiko, pflegebedürftig zu werden, besteht die Möglichkeit, sich während der Arbeitszeit zu versichern. Das Individuum kauft dafür auf dem privaten Versicherungsmarkt den Versicherungsschutz I und bezahlt dafür die Prämie P, die den erwarteten Ausgaben der Versicherung sowie einem Loading entspricht,

$$P = (1+\lambda)\pi I.$$

Für den Loadingfaktor $\lambda = 0$ ist die Versicherung aktuarisch fair. Im realistischeren Fall weist die Prämie einen positiven Loadingfaktor $\lambda > 0$ auf. Die exogenen Einkommen Y_t beschreiben die Nettoeinkommen des Individuums. Das Verhalten und die Charakteristik eines quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuums wird im nächsten Abschnitt deutlich.

4.1.1 Präferenzstruktur

Ein hyperbolischer Diskontierer wählt in Periode 1 gegeben seiner intertemporalen Budgetrestriktion einen Konsumpfad für die aktuelle und alle zukünftigen Perioden. Allerdings ändern sich seine Präferenzen über die Zeit. Die Grenzrate der Substitution zwischen Konsum in zwei zukünftigen Perioden ist abhängig vom Zeitpunkt, in welchem die Konsumhöhen bestimmt werden. In der Literatur wird zwischen Individuen, die diese Verhaltensänderung über die Zeit vorhersehen und Individuen, welche dies nicht registrieren, unterschieden. Letztere, welche ihr zeitinkonsistentes Verhalten nicht wahrnehmen, bezeichnet man als „naive“ und erstere als „intelligente“ (engl. „sophisticated“) hyperbolisch diskontierende Individuen.

Die folgende Analyse konzentriert sich auf „naive“ hyperbolische Individuen, weil Laborexperimente „intelligentes“ Verhalten von Individuen eher ausschließen: Carbone und Hey (2001) zeigen, dass Individuen zukünftige Entscheidungen nur schlecht antizipieren, weil sie entweder unfähig dazu sind oder ihre Präferenzen für die Zukunft nicht kennen. Hey und Panaccione (2009) und Hey und Lotito (2009) finden heraus, dass die meisten Individuen entweder „naiv“ oder „resolut“ handeln. Resolutes Handeln setzt voraus, dass Individuen ihr Verhalten nicht ändern, selbst wenn sie zeitinkonsistentes Handeln bevorzugen würden.[3] Hey und Lotito (2009, Seite 24) schließen aus, dass sich Individuen wie „intelligente“ hyperbolisch diskontierende Individuen verhalten und stellen deshalb Ergebnisse theoretischer Modelle in Frage, die „intelligentes“ hyperbolisches Verhalten modelliert haben:

> „If we look at models which incorporate dynamically inconsistent behaviour (such as the literature on quasi-hyperbolic discounting in the context of a life-cycle saving model), it will be seen that most of these models assume sophisticated behaviour. Our results suggest that this might be descriptively implausible.“

Naive hyperbolisch diskontierende Individuen treffen ihre augenblickliche Entscheidung unter der falschen Annahme, dass sich ihr zukünftiges „Ich“ entsprechend ihrer aktu-

[3] Das Individuum beschließt, seine Handlungen entsprechend einem ex-ante optimierten Plan durchzusetzen und hält absichtlich an diesem Entschluss fest, selbst wenn der Plan aus ex-post Sicht nicht die Wahl darstellt, die es zu diesem Zeitpunkt bevorzugt – auf diese Art und Weise verhält sich das Individuum dynamisch konsistent. Siehe dazu ausführlicher Machina (1989).

ellen Entscheidung verhält. Gegeben dieser Annahme bestimmt das aktuelle „Ich" eine Sequenz von Handlungen, welche seinen Erwartungsnutzen aus Sicht dieser Periode maximiert. Jene werden z.B. in der ersten Periode implementiert in der Erwartung, dass die zukünftigen „Ich" sich an diese Vorhaben halten werden. Allerdings werden die zukünftigen „Ich" in der Zukunft Handlungen implementieren, die ihren Erwartungsnutzen aus Sicht der aktuellen Periode, also Periode 2, maximieren.

Damit wird jedoch zurückblickend aus Sicht von Periode 1 kein maximaler Erwartungsnutzen implementiert. Das resultiert daraus, dass sich die Präferenzen des hyperbolisch diskontierenden Individuums über die Zeit verändern.

Die Diskontierungsfunktion eines hyperbolischen Diskontierers wird nach Laibson (1997) durch die Diskontierungsfunktion

$$h(t) = (1+\alpha t)^{-\gamma/\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha, \gamma > 0$$

dargestellt: Ereignisse, die t Jahre weit weg liegen, werden mit $h(t)$ abdiskontiert. Die qualitativen Eigenschaften dieser Funktion können durch die diskrete Diskontierungsfunktion

$$\{1, \beta\delta, \beta\delta^2, \beta\delta^3, \ldots\}$$

mit $0 < \beta \leq 1$ und $\delta < 1$ abgebildet werden, so Laibson (1997). Er bezeichnet diese Diskontierungsstruktur als „quasi-hyperbolisch".

Die Diskontierungsfunktion eines exponentiellen Diskontierers ist

$$e(t) = \delta^t.$$

Abbildung 4.1 illustriert eine exponentielle Diskontierungsfunktion $e(t)$ mit $\delta = 0{,}97$, eine hyperbolische Diskontierungsfunktion $h(t)$ mit $\alpha = 10^5$ und $\gamma = 5 \times 10^3$ sowie eine quasi-hyperbolische Diskontierungsfunktion mit $\beta = 0{,}6$ und $\gamma = 0{,}99$, wobei die Punkte der diskreten quasi-hyperbolischen Diskontierungsfunktion miteinander verbunden wurden. Die Abbildung macht deutlich, dass die quasi-hyperbolische Diskontierungsfunktion der hyperbolischen Funktion nahe kommt: Die Diskontrate für den Konsum in naher Zukunft nimmt viel steiler ab als bei der exponentiellen Diskontierungsfunktion.

Eine quasi-hyperbolische Diskontierung führt dazu, dass sich die Präferenz für Konsum über die Perioden hinweg ändert und infolgedessen früher implementierte Entscheidun-

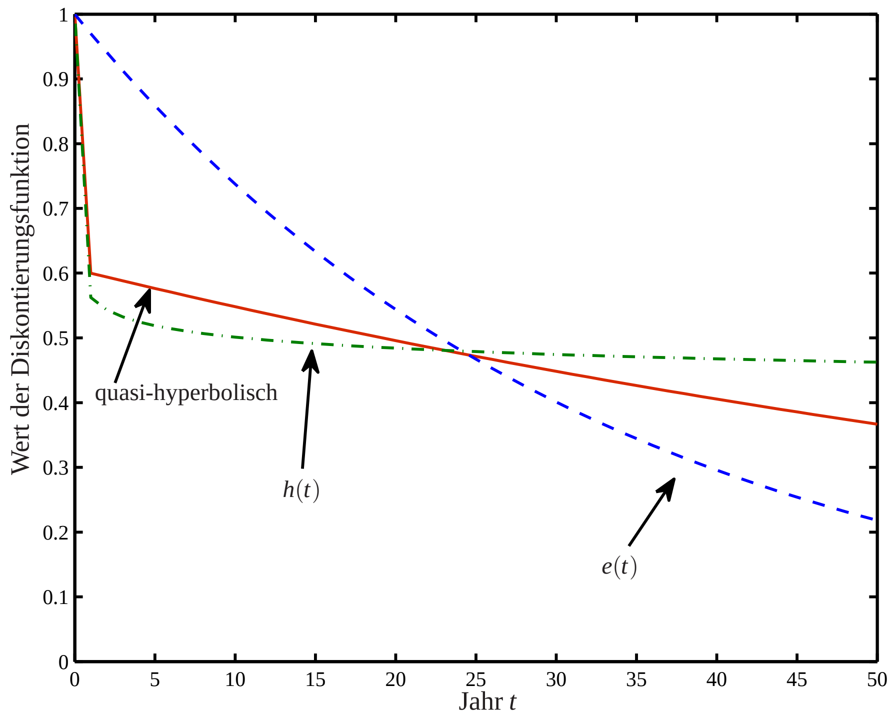


Abbildung 4.1: *Diskontierungsfunktionen.*

Eigene Darstellung nach Laibson (1997).

gen in zukünftigen Perioden bereut oder in früheren Jahren getroffenen Entscheidungen revidiert werden.

Nachfolgende altersabhängige Zielfunktionen machen die Modellierung deutlich. Die Präferenzen in Periode 1 sind gegeben durch

$$EU_1 = u(C_1) + \beta\delta u(C_2) + \beta\delta^2 \left[\pi u(C_{3L}) + (1-\pi)u(C_{3N})\right]. \tag{4.2}$$

Das Individuum zieht in jeder Periode den Nutzen $u(C)$ aus Konsum, wobei $u'(C) > 0$, $u''(C) < 0$ und $\lim_{C\to 0} u'(C) = \infty$.

C_1, C_2, C_{3L} und C_{3N} kennzeichnen die Konsumniveaus in Periode 1, 2 und 3. In der letzten Periode wird das Risiko, pflegebedürftig zu sein, modelliert. Das Individuum kann in Periode 3 mit der Wahrscheinlichkeit π pflegebedürftig werden (Zustand $3L$) oder mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1-\pi$ gesund bleiben (Zustand $3N$).

Der Erwartungsnutzen hängt vom Konsum aus vergangenen, aktuellen und zukünftigen Perioden ab. Der Parameter $\beta \leq 1$ sorgt dafür, dass der Diskontierungsfaktor in der Periode t und der Folgeperiode $t+1$ kleiner sein kann als zwischen den Perioden $t+1$ und $t+2$.

Aus Sicht von Periode 2 ist der Erwartungsnutzen

$$EU_2 \quad = \quad u(C_2) + \beta\delta\,[\pi u(C_{3L}) + (1-\pi)u(C_{3N})] \tag{4.3}$$

Die Diskontierung beträgt zwischen Periode 2 und Periode 3 $\beta\delta$. Wenn die Optimierung in Periode 1 stattfindet, ist der Diskontfaktor hingegen δ. Der Wert, den der quasi-hyperbolische Diskontierer seinem Konsumplan über das Leben hinweg beimisst, hängt deshalb vom betrachteten Zeitpunkt ab.

In Periode 3 entspricht der Erwartungsnutzen

$$EU_3 \quad = \quad \pi u(C_{3L}) + (1-\pi)u(C_{3N}). \tag{4.4}$$

Der quasi-hyperbolische Diskontierer bewertet seine Handlungen ex-post anders als im Augenblick der Implementierung. Solange β von eins verschieden ist, verhält sich das Individuum wegen dieser Annahmen dynamisch inkonsistent. Ist $\beta = 1$, dann ist der Wert des Konsumplanes unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt. Damit wird der Fall eines dynamisch konsistenten Konsumenten mit exponentieller Diskontierung abgebildet. Im Gegensatz zu einem quasi-hyperbolischen Diskontierer wird ein zeitkonsistentes altes Individuum der Implementierung seiner endogenen Variablen denselben Wert zuweisen wie zu Beginn seines Lebens.

In den nächsten Abschnitten wird das Verhalten eines quasi-hyperbolischen Diskontierers analysiert. Dabei spielt die Wahl seines Konsumpfades eine Rolle, ebenso wie die Höhe der von ihm gewählten Pflegeversicherung im Vergleich zu einem exponentiellen Diskontierer.

4.1.2 Entscheidung in Periode 1

In Periode 1 maximiert der quasi-hyperbolische Diskontierer den Erwartungsnutzen

$$\max_{S_1^1,S_2^1,I_1^1,I_2^1} \quad EU_1 = u(C_1^1) + \beta\delta u(C_2^1) + \beta\delta^2 \left[\pi u(C_{3L}^1) + (1-\pi)u(C_{3N}^1)\right], \tag{4.5}$$

wobei sich die Konsumfunktionen folgendermaßen zusammensetzen:

$$\begin{aligned} C_1^1 &= (1-b)Y_1 - S_1^1 - (1+\lambda)\pi I_1^1, \\ C_2^1 &= (1-b)Y_2 + S_1^1 - (1+\lambda)\pi I_2^1 - S_2^1, \\ C_{3L}^1 &= p + S_2^1, \\ C_{3N}^1 &= p + S_2^1 - L + I_1^1 + I_2^1, \\ S_1^1, S_2^1 &\geq 0 \quad \text{und} \quad 0 \leq I_1^1, I_2^1 \leq L. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Die hochgestellten Indizes $i = 1,2,3$ beschreiben die Periode, in welcher die Variable gewählt wird und die tiefgestellten Indizes das Alter der Implementierung. Wenn der hochgestellte mit dem tiefgestellten Index übereinstimmt, wird die Variable in dieser Periode realisiert. Da das Individuum liquiditätsbeschränkt ist, dominiert der Kauf von Versicherung in Periode 2 den Abschluss der Versicherung in der ersten Periode. Dies kann verhindern, dass der Konsum in der ersten Periode zu gering ist. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird deshalb $I_1^1 = 0$ angenommen, um die Variablen aus Sicht von Periode 1 bestimmen zu können. Vereinfachend wird im Folgenden eine inneren Lösung von I angenommen. Notwendig dafür ist die Bedingung $(1+\lambda)\pi < 1$.

Die Maximierung von (4.5) führt zu den Bedingungen erster Ordnung

$$\frac{\partial EU_1}{\partial S_1^1} = -u'(C_1^1) + \beta\delta u'(C_2^1) \leq 0, \quad S_1^1 \geq 0, \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial EU_1}{\partial S_2^1} = -\beta\delta u'(C_2^1) + \beta\delta^2 \left[\pi u'(C_{3L}^1) + (1-\pi)u'(C_{3N}^1)\right] \leq 0, \quad S_2^1 \geq 0, \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial EU_1}{\partial I_2^1} = -\beta\delta u'(C_2^1)(1+\lambda)\pi + \beta\delta^2\pi u'(C_{3L}^1) \stackrel{!}{=} 0. \tag{4.9}$$

Dieses System liefert optimale Werte für S_1^1, S_2^1 und I_2^1. Die Lösungen stellen ein globales Optimum dar, wie im Anhang auf Seite 198 gezeigt wird.

Bevor nun die Lösung für den liquiditätsbeschränkten Fall analysiert wird, werden die Eigenschaften der Lösung für eine nicht-bindende Liquiditätsbeschränkung besprochen.

Nicht-bindende Liquiditätsbeschränkungen

Unter der Annahme der Existenz einer inneren Lösung für S_1^1 und S_2^1 kann gezeigt werden, dass

$$\begin{aligned} C_1^1 \geq C_2^1 \geq C_{3L}^1 \quad \text{und} \quad & C_2^1 \left\{ \begin{array}{c} \leq \\ > \end{array} \right\} C_{3N}^1 \quad \Leftrightarrow \quad \delta(1-\pi) \left\{ \begin{array}{c} \geq \\ < \end{array} \right\} 1-(1+\lambda)\pi, \\ \text{und} \quad & C_{3N}^1 \quad \geq \quad C_{3L}^1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \geq 0. \end{aligned}$$

Für $\lambda = 0$ sinken die Konsumniveaus mit dem Alter und entsprechen sich im Zustand der Pflegebedürftigkeit und Gesundheit:

$$C_1^1 \geq C_2^1 \geq C_{3L}^1 = C_{3N}^1.$$

Das macht deutlich, dass auch im Falle der quasi-hyperbolischen Diskontierung Vollversicherung nachgefragt wird, wenn die Versicherung fair ist und keinen Versicherungsaufschlag verlangt. Die Versicherungshöhe eines exponentiell und quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuums ist für $\lambda = 0$ identisch.

Da dieser Fall weniger relevant ist, gehen wir im Weiteren davon aus, dass der Versicherungsaufschlag der Versicherung positiv ist, um das Verhalten eines quasi-hyperbolischen mit dem eines exponentiellen Diskontierers vergleichen zu können. Mit Hilfe des impliziten Funktionentheorems und der Cramer'schen Regel führt komparative Statik in Bezug auf β für innere Lösungen von I und S zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_1^1}{\partial \beta} =& \frac{-\beta^2\delta^4\pi u'(C_2^1)}{|\mathcal{H}_{P1}|}\big[(1-\pi)u''(C_{3N}^1)(\pi(1+\lambda)^2 u''(C_2^1)+\delta u''(C_{3L}^1)) \\ & \qquad\qquad + (1-(1+\lambda)\pi)^2 u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)\big] > 0, \\ \frac{\partial S_2^1}{\partial \beta} =& \frac{-\beta^2\delta^4\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)u'(C_2^1)}{|\mathcal{H}_{P1}|} > 0, \\ \frac{\partial I_2^1}{\partial \beta} =& \frac{\beta^3\delta^4\pi(1-\pi)u''(C_2^1)u'(C_{3L}^1)u'(C_{3a}^1)\big[A(C_{3N}^1)-A(C_{3L}^1)\big]}{|\mathcal{H}_{P1}|} \left\{ \begin{array}{ll} >0 & A'(C)>0, \\ =0 & A'(C)=0, \\ <0 & A'(C)<0, \end{array} \right. \end{aligned} \tag{4.10}$$

wobei $A(C) = -u'(C)/u''(C)$ das Maß der absoluten Risikoaversion beschreibt. Ein formeller Beweis findet sich im Anhang auf Seite 198.

Folgerung 4.1 *Wenn die Liquiditätsbeschränkung in beiden Perioden nicht bindet, spart ein quasi-hyperbolischer Diskontierer immer weniger als ein exponentieller Diskontierer. Außerdem ist seine Versicherungsnachfrage geringer, gleich hoch oder höher als die eines exponentiell diskontierenden Individuums wenn IARA-, CARA- oder DARA-Präferenzen vorliegen.*

Je stärker der Konsum in der aktuellen Periode präferiert wird, desto mehr konsumiert ein quasi-hyperbolischer Diskontierer in dieser Periode. Als Folge daraus transferiert er weniger Vermögen in die nächste Periode. Dass die Ersparnisse eines quasi-hyperbolischen Diskontierers geringer sind als die eines exponentiellen Diskontierers, ist bekannt. Bereits Diamond und Köszegi (2003) sowie Laibson (1997,1998) haben dies gezeigt.

Die Analyse macht auch deutlich, dass die Richtung der Veränderung der geplanten Vesicherungsnachfrage eines quasi-hyperbolischen im Vergleich zu einem exponentiell diskontierenden Individuums von der jeweiligen Risikoeinstellung abhängig ist. Nur wenn CARA-Präferenzen vorliegen, ändert sich die Nachfrage nach Versicherung nicht.

Die sich verändernden Versicherungsnachfragen für IARA- oder DARA-Präferenzen können einfach erklärt werden: Weil der quasi-hyperbolische Diskontierer in Periode 1 und in Periode 2 weniger spart, ist er in Periode 3 im Vergleich zu einem exponentiellen Diskontierer ärmer. Weniger vermögend zu sein impliziert bei DARA-Präferenzen eine höhere Risikoaversion. Nach Pratt's Theorem führt eine höhere Risikoaversion zu einer höheren Versicherungsnachfrage [siehe dazu ausführlicher Seite 85]. Das erklärt, weshalb der quasi-hyperbolische Diskontierer eine höhere Versicherungsdeckung vorsieht. Der Nutzenverlust des durch die höhere Prämienzahlung verursachten Konsumrückgangs in Periode 1 wird vom DARA-Effekt überwogen.

Liegen IARA-Präferenzen vor, dann ist weniger Vermögen gleichbedeutend mit einer geringeren Risikoaversion, so dass weniger Versicherung nachgefragt wird.

Das interessantere Szenario ist der Fall der bindenden Liquiditätsbeschränkung, wie auch İmrohoroğlu et al. (2003, Seite 760) in Proposition 1 deutlich machen:

> "In the absence of binding constraints on borrowing during working years, an unfunded social security program does not reallocate consumption from working to retirement years."

Das führt zu der Frage, wie die Versicherungsnachfrage auf diese mögliche Randlösung bei Ersparnissen in Periode 1 und 2 reagiert.

Bindende Liquiditätsbeschränkungen

Hohe verpflichtende Beiträge zum Rentensystem, mit dem Alter steigende Löhne sowie starke Präferenzen für gegenwärtigen Konsum können eine Liquiditätsbeschränkung zur Folge haben. Das begründet die Frage, wie die geplante Nachfrage nach Pflegeversicherung eines quasi-hyperbolischen Diskontierers auf mögliche (Rand-)Lösungen bei den Ersparnissen in der ersten oder zweiten Periode wirkt. Da bindende Liquiditätsbeschränkungen effektiv Ersparnisse erhöhen, kann eine komparativ statische Analyse diese Frage beantworten.

Zuerst wird der Fall betrachtet, dass Individuen *in beiden Perioden liquiditätsbeschränkt* sind. Für gegebene Ersparnisse S_1^1 und S_2^1 wird die Versicherungsnachfrage aus Sicht von Periode 1 implizit durch

$$-\beta\delta u'(C_2^1)(1+\lambda)\pi + \beta\delta^2\pi u'(C_{3L}^1) \stackrel{!}{=} 0,$$

bestimmt. Da

$$\frac{\partial^2 EU_1}{\partial \left(I_2^1\right)^2} = \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1) + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) < 0,$$

führt das implizite Funktionentheorem zu

$$\frac{\partial I_2^1}{\partial S_1^1} = \frac{(1+\lambda)u''(C_2^1)}{(1+\lambda)^2\pi u''(C_2^1) + \delta u''(C_{3L}^1)} > 0 \qquad \text{und} \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial I_2^1}{\partial S_2^1} = -\frac{(1+\lambda)u''(C_2^1) + \delta u''(C_{3L}^1)}{(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1) + \delta u''(C_{3L}^1)} < 0. \tag{4.12}$$

Induziert das Rentensystem in beiden Perioden $S_1^1 = 0$ und $S_2^1 = 0$, dann ist die Reaktion der Versicherungsnachfrage insgesamt unbestimmt. Lediglich die Effekte der Liquiditätsbeschränkung in den einzelnen Perioden sind eindeutig.

Wenn das Individuum liquiditätsbeschränkt ist, wird es implizit dazu gezwungen, mehr zu sparen, als es möchte. Höhere Ersparnisse in Periode 1 führen dazu, dass das Individuum in Periode 2 vermögender ist. Dieses höhere Vermögen in Periode 2 führt zu einer höheren Nachfrage nach Pflegeversicherung.

Im Gegensatz dazu hat eine bindende Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 eine geringere Nachfrage nach Pflegeversicherung zur Folge. Höhere Ersparnisse in Periode 2 reduzieren das Vermögen und führen deshalb zu einem geringeren Versicherungsschutz.

Die Eindeutigkeit dieser Effekte mag überraschen, weil die Änderungen der Nachfrage nach Pflegeversicherung eines quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuums entsprechend (4.10) präferenzabhängig ist. Dass bei Liquiditätsbeschränkungen keine Annahmen über die Präferenzen der Individuen notwendig sind, um die Nachfrageänderung zu bestimmen, liegt zum einen an der Tatsache, dass die Prämienzahlung in der Periode vor dem Schadenseintritt bezahlt wird. Auf der anderen Seite führt die Annahme konstanter Ersparnisse in Periode 2 dazu, dass das Individuum nun nicht mehr den Grenznutzen in Periode 2 an den erwarteten Grenznutzen in Periode 3 über die Ersparnisse S_2^1 angleicht.

Bindet die Liquiditätsbeschränkung nur in Periode 1, so dass S_1^1 als gegeben betrachtet wird, werden die Versicherungs- und Sparhöhe in Periode 2 entsprechend den Gleichungen (4.8) und (4.9) gewählt. Mit Hilfe der Cramer'schen Regel führt das zu

$$\frac{\partial I_2^1}{\partial S_1^1} = \frac{\beta^2\delta^3\pi u''(C_2^1)(1-(1+\lambda)\pi)u'(C_{3L}^1)\left[A(C_{3L}^1)-A(C_{3N}^1)\right]}{|\mathcal{H}_{LB1}|}\begin{cases} >0 & IARA, \\ =0 & CARA, \\ <0 & DARA, \end{cases} \qquad \text{und}$$

$$\frac{\partial S_2^1}{\partial S_1^1} = \frac{\beta^2\delta^3\pi u''(C_2^1)(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_{3L}^1)}{|\mathcal{H}_{LB1}|} > 0,$$

wobei die Determinante der Hesse-Matrix gegeben ist durch

$$\begin{aligned}|\mathcal{H}_{LB1}| = &\beta^2\delta^3\pi(1-\pi)\big[(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_{3L}^1)u''(C_2^1) \\ &+\pi(1+\lambda)^2u''(C_{3N}^1)u''(C_2^1)+u''(C_{3N}^1)u''(C_{3L}^1)\big] > 0.\end{aligned}$$

Eine in Periode 1 bindende Liquiditätsbeschränkung erhöht die Ersparnisse im Vergleich zum Fall, dass keine Liquiditätsbeschränkung vorliegt. Höhere Ersparnisse in Periode 2 implizieren mehr Vermögen während der Rente. Konsequenterweise verändert sich die Versicherungsnachfrage, abhängig davon wie die absolute Risikoaversion auf höheres Vermögen reagiert.

Wenn Individuen nur in Periode 2 liquiditätsbeschränkt sind, werden Ersparnisse in Periode 1 sowie die Versicherungsnachfrage mit Hilfe der Gleichungen (4.7) und (4.9) bestimmt.

Daraus folgt

$$\begin{aligned}\frac{\partial I_2^1}{\partial S_2^1} &= -\frac{\beta\delta\pi\left[(1+\lambda)u''(C_1^1)u''(C_2^1)+\delta u''(C_1^1)u''(C_{3L}^1)+\delta^2\beta u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)\right]}{|\mathcal{H}_{LB2}|} < 0,\\ \frac{\partial S_1^1}{\partial S_2^1} &= \frac{\beta^2\delta^3\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)}{|\mathcal{H}_{LB2}|} > 0, \end{aligned} \tag{4.13}$$

mit

$$|\mathcal{H}_{LB2}| = \beta\delta(1+\lambda)^2u''(C_1^1)u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)u''(C_1^1)+\beta^2\delta^3\pi u''(C_{3L}^1)u''(C_2^1) > 0.$$

Eine in einer Periode bindende Liquiditätsbeschränkung hat immer zur Folge, dass die Ersparnisse der anderen Periode erhöht werden. Nur die Reaktion der Versicherungsnachfrage ist davon abhängig, wann das Individuum liquiditätsbeschränkt ist. Während Liquiditätsbeschränkungen in Periode 2 stets weniger Versicherung zur Folge haben, reagiert das Individuum auf eine bindende Liquiditätsbeschränkung in Periode 1 nur dann mit einem niedriger geplanten Versicherungsschutz, wenn DARA-Präferenzen vorliegen. Das liegt daran, dass höhere Ersparnisse in Periode 2 das Individuum für die restlichen Lebensperioden vermögender macht und so die Reduktion der Versicherungsnachfrage erklärt.

Eine weitere Konstellation ist möglich. Ein Individuum kann in Periode 1 davon ausgehen, in Periode 2 nicht liquiditätsbeschränkt zu sein. Das zeitinkonsistente Verhalten sowie die strenge Präferenz für gegenwärtigen Konsum kann aus Sicht von Periode 2 auch dazu führen, dass das Individuum (unerwartet) eine bindende Liquiditätsbeschränkung realisiert. Dies wird im nächsten Abschnitt näher ausgeführt.

Folgerung 4.2 *Wenn die Liquiditätsbeschränkung nur in Periode 1 bindet, ist der Effekt der geplanten Versicherungsnachfrage abhängig davon ob die absolute Risikoaversion mit zunehmendem Vermögen steigt oder fällt. Wenn die Liquiditätsbeschränkung nur in Periode 2 bindet, wird die geplante Versicherungsnachfrage reduziert. Bindet die Liquiditätsbeschränkung in beiden Perioden, kann die Versicherungsnachfrage sinken oder steigen.*

Der Vergleich von quasi-hyperbolischen und exponentiellen Diskontierern macht deutlich, dass deren Ersparnisse und geplante Versicherungsnachfrage identisch sind, wenn beide in Periode 1 liquiditätsbeschränkt sind. Das wird in den Gleichungen (4.8) und (4.9) deutlich, die unabhängig von β sind. In allen anderen Fällen, in welchen zumindest eine Liquiditätsbeschränkung für beide Typen bindet, ist die Versicherungsnachfrage eines quasi-hyperbolischen Diskontierers hingegen geringer.[4] Im Anhang auf Seite 199 wird dies für den Fall gezeigt, dass die Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 für beide Typen bindet.

Der Grund ist, dass quasi-hyperbolische Diskontierer in Periode 1 weniger sparen. Um den Konsum in Periode 2 erhöhen zu können, wird die Versicherungsnachfrage stärker reduziert. Dieses Ergebnis gilt a fortiori, wenn quasi-hyperbolische Diskontierer über Periode 1 hinaus liquiditätsbeschränkt sind.[5]

Folgerung 4.3 *Wenn mindestens eine Liquiditätsbeschränkung für quasi-hyperbolisch und exponentiell diskontierende Individuen bindet, plant der quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Versicherung zu kaufen als der exponentielle Diskontierer, außer wenn beide Typen in Periode 1 liquiditätsbeschränkt sind.*

---

[4] Wegen Folgerung 4.1 ist es nicht möglich, dass exponentielle Diskontierer in Periode 1 liquiditätsbeschränkt und quasi-hyperbolische Diskontierer nicht liquiditätsbeschränkt sind.

[5] β ist irrelevant für die Bedingung erster Ordnung (4.7). Aus (4.11) folgt, dass quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Versicherung nachfragen.

Eine numerische Simulation

Um die Ergebnisse zu illustrieren, wird im Folgenden eine numerische Simulation, basierend auf der DARA-Nutzenfunktion $u(C) = \ln C$ und den Parametern

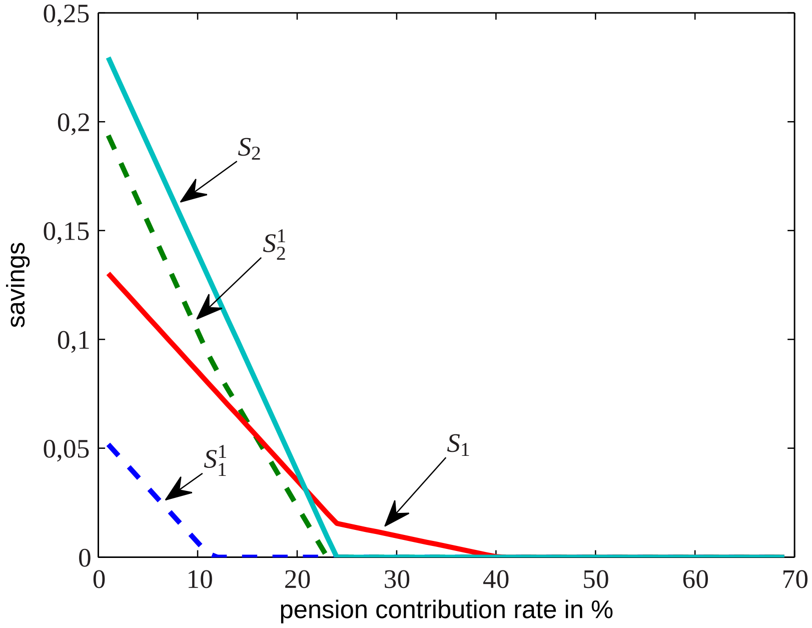
$$L = 0{,}5, \quad Y_1 = Y_2 = 0{,}5, \quad \delta = 0{,}8, \quad \pi = 0{,}2 \quad \text{und} \quad \lambda = 0{,}2, \tag{4.14}$$

präsentiert.

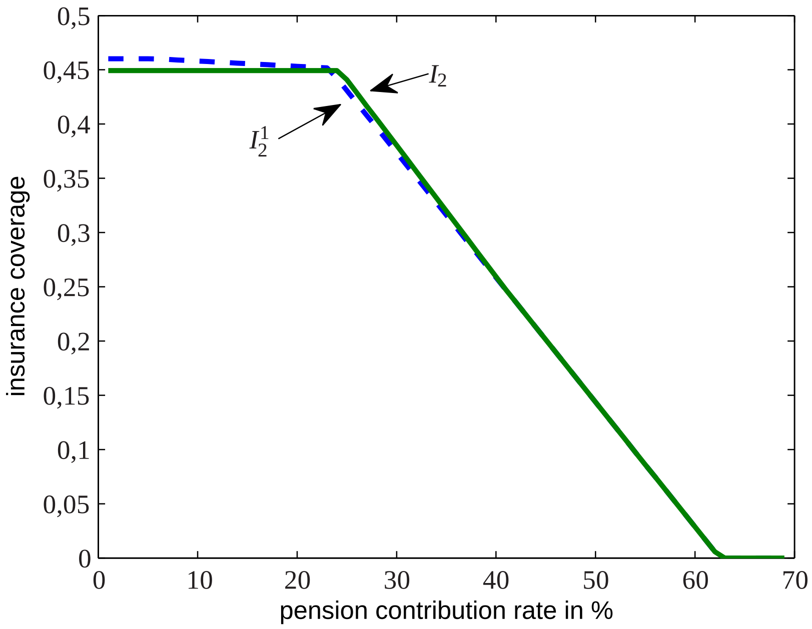
Die Abbildungen 4.2(a) und 4.2(b) zeigen die optimale Sparentscheidung in Periode 1 sowie die geplante Spar- und Versicherungshöhe in Periode 1 und 2 abhängig davon, ob das Individuum ein quasi-hyperbolischer Diskontierer ($\beta = 0{,}7$) oder ein exponentieller Diskontierer ($\beta = 1$) ist und abhängig vom Beitragssatz zur Rentenversicherung. Die Höhe des Beitragssatzes zur Rentenversicherung kann dazu führen, dass das Individuum liquiditätsbeschränkt ist. Je höher er ist, desto eher fällt das Individuum in die Liquiditätsbeschränkung. Das hat, wie Abbildung 4.2(a) verdeutlicht, unterschiedliche Auswirkungen.

In dem Simulationsbeispiel plant sowohl der quasi-hyperbolische Diskontierer als auch der exponentielle Diskontierer in beiden Perioden zu sparen, wenn der Beitragssatz zur Rentenversicherung gering ist. Wie bereits in Folgerung 4.1 festgehalten, sind die Ersparnisse von quasi-hyperbolischen Diskontierern (S_1^1 und S_2^1) immer geringer als die der exponentiellen Diskontierer (S_1 und S_2). Deshalb führen höhere Beiträge zum Rentensystem dazu, dass quasi-hyperbolische Diskontierer zuerst liquiditätsbeschränkt sind.

Abbildung 4.2(b) verdeutlicht, dass die geplante Versicherungsnachfrage quasi-hyperbolisch diskontierender Individuen I_2^1 über der Versicherungsnachfrage von exponentiellen Diskontierern I_2 liegt, wenn keine Liquiditätsbeschränkungen vorliegen (siehe Folgerung 4.1 für eine DARA-Nutzenfunktion). Eine bindende Liquiditätsbeschränkung in Periode 1 reduziert die geplante Versicherungsnachfrage von Quasi-Hyperbolen (Folgerung 4.3). Sind die quasi-hyperbolischen Diskontierer auch in Periode 2 liquiditätsbeschränkt, so reduzieren sie ihre geplante Versicherungsnachfrage drastisch, um den Konsum in Periode 2 erhöhen zu können. Die Nachfrage nach Versicherung fällt unter die der exponentiellen Diskontierer, welche ihre Versicherungsnachfrage auch reduzieren, wenn sie in Periode 2 liquiditätsbeschränkt sind (siehe Folgerung 4.2 und 4.3). Sind beide Typen in beiden Perioden liquiditätsbeschränkt, stimmt ihre Versicherungsnachfrage überein (Folgerung 4.3).



(a) Ersparnisse in Abhängigkeit vom Beitragssatz zur Rentenversicherung



(b) Versicherungsnachfrage in Abhängigkeit vom Beitragssatz zur Rentenversicherung

Abbildung 4.2: *Vergleich quasi-hyperbolischer und exponentieller Diskontierer.*

Quelle: *Kifmann, Roeder und Schnekenburger (2010), Abbildung 1, Seite 10.*

In den folgenden Abschnitten wird deutlich, inwiefern sich ein hyperbolischer und exponentieller Diskontierer hinsichtlich der implementierten Versicherungsnachfrage unterscheiden und wie die in Periode 1 getroffenen Entscheidungen für die Zukunft aufgrund des zeitinkonsistenten Verhaltens verändert werden.

4.1.3 Entscheidung in Periode 2

In Periode 2 maximiert das Individuum den Erwartungsnutzen,

$$\max_{S_2^2, I_2^2} \quad EU_2 = u(C_2^2) + \beta\delta\left[\pi u(C_{3L}^2) + (1-\pi)u(C_{3N}^2)\right] \tag{4.15}$$

wobei

$$\begin{aligned} C_2^2 &= (1-b)Y_2 + S_1^1 - (1+\lambda)\pi I_2^2 - S_2^2, \\ C_{3N}^2 &= p + S_2^2, \\ C_{3L}^2 &= p + S_2^2 - L + I_2^2, \\ S_2^1 &\geq 0 \quad \text{und} \quad 0 \leq I_2^2 \leq L. \end{aligned} \tag{4.16}$$

die Konsumniveaus in Periode 2 sowie in den Zuständen L und N in Periode 3 beschreiben.

Die sich daraus ergebenden Bedingungen erster Ordnung für eine innere Lösung der Versicherungsnachfage sind

$$\frac{\partial EU_2}{\partial S_2^2} = -u'(C_2^2) + \beta\delta\left[\pi u'(C_{3L}^2) + (1-\pi)u'(C_{3N}^2)\right] \leq 0, \quad S_2^2 \geq 0, \tag{4.17}$$

$$\frac{\partial EU_2}{\partial I_2^2} = -u'(C_2^2)(1+\lambda)\pi + \beta\delta\pi u'(C_{3L}^2) \stackrel{!}{=} 0. \tag{4.18}$$

Dieses System liefert die optimale Entscheidung für die Höhe der Ersparnisse in der zweiten Periode, S_2^2, sowie den Umfang der Pflegeversicherung I_2^2 die das Individuum abschließen wird. Wie im Anhang auf Seite 200 dargestellt, stellen die inneren Lösungen dieser Variablen ein globales Optimum dar.

Nicht-bindende Liquiditätsbeschränkungen

Für eine innere Lösung von S_2^2 folgt aus (4.17) und (4.18):

$$
\begin{aligned}
C_2^2 \geq C_{3L}^2 \qquad \text{und} \quad & C_2^2 \left\{ \begin{array}{c} \leq \\ > \end{array} \right\} C_{3N}^2 \quad \Leftrightarrow \quad \delta(1-\pi) \left\{ \begin{array}{c} \geq \\ < \end{array} \right\} 1-(1+\lambda)\pi, \\
\text{und} \quad & C_{3N}^1 \quad \geq \quad C_{3L}^1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \geq 0.
\end{aligned}
$$

Für eine aktuarisch faire Versicherung mit $\lambda = 0$ kann das folgende Fazit festgehalten werden.

Folgerung 4.4 *Wenn die Versicherung aktuarisch fair ist, wird ein quasi-hyperbolischer Diskontierer, der in Periode* 2 *Ersparnisse bildet, Vollversicherung nachfragen.*

Obwohl der quasi-hyperbolische Diskontierer sich weniger um seine Zukunft sorgt, möchte er die Grenznutzen über die Zustände in der dritten Periode angleichen, wenn die Versicherung aktuarisch fair ist. Verlangt die Versicherung hingegen einen Versicherungsaufschlag, dann verändert der quasi-hyperbolische Diskontierer seine Versicherungsnachfrage im Vergleich zu einem exponentiell diskontierenden Individuum. Das wird aus der komparativen Statik über β deutlich.

$$
\frac{\partial I_2^2}{\partial \beta} = \frac{(1+\lambda)\pi(1-\pi)\delta u'(C_2^2)u'(C_{3N}^2)[A(C_{3N}^2) - A(C_{3L}^2)]}{|\mathcal{H}_{P2}|} \left\{ \begin{array}{ll} > 0, & \text{falls } A'(C) > 0, \\ = 0, & \text{falls } A'(C) = 0, \\ < 0, & \text{falls } A'(C) < 0, \end{array} \right. \tag{4.19}
$$

da $|\mathcal{H}_{P2}| > 0$ (siehe Anhang) und $C_{3N}^2 > C_{3L}^2$ falls $\lambda > 0$.

Folgerung 4.5 *Ein quasi-hyperbolischer Diskontierer, der in Periode* 2 *spart, wählt für gegebene Ersparnisse eine geringere, gleich hohe oder höhere Versicherungsdeckung der Pflegeversicherung als ein exponentieller Diskontierer, wenn IARA-, CARA- oder DARA-Präferenzen vorliegen.*

Das bedeutet, dass der gewählte Pflegeversicherungsschutz eines quasi-hyperbolischen nur dann dem eines exponentiellen Diskontierers entspricht, wenn CARA-Präferenzen vorliegen. Weist die Nutzenfunktion jedoch IARA-Eigenschaften auf, dann kauft der quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Versicherung. Im realistischen DARA-Fall fragt der quasi-hyperbolische Diskontierer mehr Versicherung nach als ein exponentiell diskontierendes Individuum. Dieses Ergebnis steht im Einklang zu der Analyse der geplanten Versicherungsnachfrage in der ersten Periode (vgl. Seite 176).

Die dahinter stehende Intuition wird durch die intensivere Betrachtung der Sparentscheidung quasi-hyperbolisch und exponentiell diskontierender Individuen deutlich. Komparative Statik über β führt für Ersparnisse in Periode 2 zu

$$\frac{\partial S_2^2}{\partial \beta} = \frac{-\delta\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_{3L}^2)u'(C_2^2)}{|\mathcal{H}_{P2}|} > 0. \tag{4.20}$$

Das quasi-hyperbolische Individuum spart nicht nur in Periode 1 (siehe Seite 176), sondern auch in Periode 2 weniger als ein exponentieller Diskontierer und ist so in Periode 3 ärmer im Vergleich zu einem exponentiellen Diskontierer. Dieses geringere Vermögen führt dazu, dass der quasi-hyperbolische Diskontierer risikoaverser wird und veranlasst ihn deshalb, mehr Versicherung zu kaufen.

Aus Sicht von Periode 2 ist die Sparentscheidung in Periode 1 bereits gefallen. S_1^1 wurde bereits realisiert und ist aus Sicht von Periode 2 eine exogen gegebene Variable. Wenn S_1^1 eine innere Lösung der Bedingung (4.7) darstellt, dann ist

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial S_1^1} = \frac{\beta\delta\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_2^2)u'(C_{3L})[A(C_{3L}^2)-A(C_{3N}^2)]}{|\mathcal{H}_{P2}|} \begin{cases} >0, & \text{falls } A'(C)>0, \\ =0, & \text{falls } A'(C)=0, \\ <0, & \text{falls } A'(C)<0. \end{cases} \tag{4.21}$$

Da ein quasi-hyperbolischer Diskontierer in Periode 1 weniger spart als ein exponentieller Diskontierer, folgt daraus auch, dass die realisierte Versicherungsnachfrage steigt, wenn DARA-Präferenzen vorliegen. Sein überhöhter Konsum in Periode 1 führt zu einer Reduktion des Vermögens für die verbleibende Lebenszeit und erhöht seine Nachfrage nach Pflegeversicherung zusätzlich. Quasi-hyperbolische Diskontierung allein stellt damit keine Begründung für die niedrige Nachfrage nach Pflegeversicherung dar.

ZEITINKONSISTENTES VERHALTEN

Um die Frage zu beantworten, wie die in Periode 1 geplanten Variablen S_2^1 und I_2^1 sich von den tatsächlich implementierten Variablen S_2^2 und I_2^2 unterscheiden, vergleicht man die Bedingungen erster Ordnung von Periode 2, (4.17) und (4.18),

$$\begin{aligned} -u'(C_2^2) + \beta\delta\left[\pi u'(C_{3L}^2) + (1-\pi)u'(C_{3N}^2)\right] &\leq 0 \\ -u'(C_2^2)(1+\lambda)\pi + \beta\delta\pi u'(C_{3L}^2) &= 0 \end{aligned} \tag{4.22}$$

mit den Bedingungen erster Ordnung von Periode 1, (4.8) und (4.9),

$$\begin{aligned} -u'(C_2^1) + \delta\left[\pi u'(C_{3L}^1) + (1-\pi)u'(C_{3N}^1)\right] &\leq 0 \\ -u'(C_2^1)(1+\lambda)\pi + \delta\pi u'(C_{3L}^1) &= 0 \end{aligned} \tag{4.23}$$

für gegebene Ersparnisse S_1^1. Man sieht sofort, dass sich die Bedingungen in (4.22) lediglich durch einen zusätzlichen Diskontfaktor β von (4.23) unterscheiden. In Periode 2 revidiert der quasi-hyperbolische Diskontierer seine Entscheidung von Periode 1 in dem Sinne, dass er den Nutzen aus Periode 2 mit $\beta\delta$ abdiskontiert anstatt mit δ wie in der ersten Periode. Deshalb genügt es, das Vorzeichen von $\partial I_2^2/\partial\beta$ und $\partial S_2^2/\partial\beta$ an der Stelle $\beta = 1$ zu bestimmen, um ermitteln zu können, wie die geplante Nachfrage nach Pflegeversicherung und die Höhe der Ersparnisse von ihrer tatsächlichen Implementierung abweichen.

Aus (4.20) und (4.19) folgt

$$\frac{\partial S_2^2}{\partial\beta} > 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial I_2^2}{\partial\beta}\begin{cases} > 0, & \text{falls } A'(C) > 0, \\ = 0, & \text{falls } A'(C) = 0, \\ < 0, & \text{falls } A'(C) < 0, \end{cases}$$

d.h. $\beta < 1$ impliziert, dass

$$S_2^1 > S_2^2.$$

Der quasi-hyperbolische Diskontierer plant, in Periode 2 mehr zu sparen, als er tatsächlich umsetzt. Die Entscheidungsänderung in der Nachfrage nach Pflegeversicherung ist erneut präferenzabhängig.

Folgerung 4.6 *Ein quasi-hyperbolischer Diskontierer, der in Periode 2 Ersparnisse bildet, spart mehr als anfänglich geplant. Sie fragen weniger, gleich viel oder mehr Pflegeversicherung nach als in Periode 1 geplant, wenn IARA, CARA oder DARA Präferenzen vorliegen.*

Das Individuum spart in Periode 2 weniger, als aus Sicht von Periode 1 geplant war, so dass das Vermögen in Periode 3 höher ist. Das führt im realistischen Szenario der DARA-Präferenzen zu einer höheren Nachfrage nach Versicherung, $I_2^1 < I_2^2$. Der quasi-hyperbolische Diskontierer kauft mehr Versicherung in Periode 2 als zunächst geplant, wenn eine innere Lösung von S_2^2 existiert. Diese Ergebnisse sind jedoch nur für innere Lösungen gültig. Die Wirkung einer Liquiditätsbeschränkung ist Gegenstand der folgenden Analyse. Dies ist nur möglich, wenn ein verpflichtendes Rentensystem existiert. Andernfalls würden Individuen wegen der Annahme $\lim_{C\to 0} u'(C) = \infty$ immer einen positiven Betrag sparen.

Bindende Liquiditätsbeschränkungen

Die Nachfrage nach Pflegeversicherung für liquiditätsbeschränkte Individuen wird bestimmt durch

$$\frac{\partial EU_2}{\partial I_2^2} = -u'(C_2^2)(1+\lambda)\pi + \beta\delta\pi u'(C_{3L}^2) \stackrel{!}{=} 0. \tag{4.24}$$

Das implizite Funktionentheorem führt zu

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial S_2^2} = -\frac{u''(C_2^2)(1+\lambda) + \beta\delta u''(C_{3L}^2)}{u''(C_2^2)(1+\lambda)^2\pi^2 + \beta\delta u''(C_{3L}^2)} < 0. \tag{4.25}$$

Je mehr in Periode 2 gespart wird, desto geringer ist die Nachfrage nach Versicherung. Dieses Ergebnis konnte auch in Kapitel 2 in der Analyse des Modells mit vorzeitiger Prämienzahlung dargestellt werden [siehe dazu Gleichung (26) auf Seite 26].

Folgerung 4.7 *Ersparnisse und (Pflege-)Versicherung sind Substitute.*

Angenommen, das Individuum möchte seine Rente eigentlich beleihen. Wenn das nicht möglich ist, dann wird es implizit dazu gezwungen, mehr zu sparen. Da Ersparnisse und

Versicherung Substitute sind, wird die Versicherungsnachfrage auf dem Pflegeversicherungsmarkt sinken. Darüber hinaus kann mit (4.7) und (4.9) gezeigt werden, dass für ein konstantes S_2^1,

$$\frac{\partial S_1^1}{\partial S_2^1} = \frac{-\beta\delta^2(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)}{(1+\lambda)^2\pi u''(c_1)u''(C_2^1)+\beta\delta^2 u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)} < 0. \tag{4.26}$$

Falls es dem Individuum aus Sicht von Periode 1 nicht erlaubt ist, in Periode 2 einen Kredit aufzunehmen, sinken die Ersparnisse in Periode 1. Weniger Sparen führt in Periode 2 zusätzlich zu einer geringeren realisierten Versicherungsnachfrage, da

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial S_1^1} = \frac{u''(C_2^2)(1+\lambda)}{u''(C_2^2)(1+\lambda)^2\pi+\beta\delta u''(C_{3L}^2)} > 0. \tag{4.27}$$

Quasi-hyperbolisches Diskontieren in Verbindung mit einer bindenden Liquiditätsbeschränkung führt also dazu, dass das Individuum eine geringere Versicherungsnachfrage realisiert als ein exponentieller Diskontierer.

Folgerung 4.8 *Wenn das Rentensystem zu einer bindenden Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 führt, fragt der quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Pflegeversicherung nach im Vergleich zu einer nichtbindenden Liquiditätsbeschränkung.*

Damit wäre eine weitere Begründung für die geringe Nachfrage nach einer Pflegeversicherung gefunden. Die Annahme der bindenden Liquiditätsbeschränkung ist hierbei zentral, denn ohne diese realisiert das Individuum, wenn DARA-Präferenzen vorliegen, einen höheren Risikoschutz durch die Pflegeversicherung.

Zeitinkonsistentes Verhalten

Wie unterscheidet sich die geplante Versicherungsnachfrage I_2^1 von der in Periode 2 tatsächlich gewählten Versicherungsnachfrage I_2^2, wenn das Individuum liquiditätsbeschränkt ist? Diese Frage wird im Folgenden für den Fall analysiert, dass das Individuum die Liquiditätsbeschränkung in Periode 1 realisiert. Die geplante Versicherungsnachfrage ergibt sich dann aus der Bedingung erster Ordnung (4.9),

$$-u'(C_2^1)(1+\lambda)\pi+\delta\pi u'(C_{3L}^1) = 0. \tag{4.9}$$

Der Vergleich mit der Bedingung erster Ordnung für die Versicherungsentscheidung in Periode 2, (4.18),

$$-u'(C_2^2)(1+\lambda)\pi + \beta\delta\pi u'(C_{3L}^2) = 0, \tag{4.18}$$

macht deutlich, dass die Veränderung der Versicherungsnachfrage über die Zeit durch den zusätzlichen Diskontfaktor in der letzten Gleichung determiniert ist. Die Veränderung von I_2^1 in Bezug auf β ist

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial \beta} = -\frac{\delta\pi u'(C_{3L}^2)}{u''(C_2^2)(1+\lambda)^2\pi + \delta u''(C_{3L}^2)} > 0. \tag{4.28}$$

Das bedeutet, dass quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen ($\beta < 1$), die die Liquiditätsbeschränkung antizipieren, eine geringere Versicherungsnachfrage realisieren, als sie in Periode 1 geplant hatten. Die Individuen möchten in Periode 2 mehr konsumieren, als sie in Periode 1 geplant hatten und reduzieren deshalb ihre Nachfrage nach Pflegeversicherung.

Folgerung 4.9 *Wenn ein quasi-hyperbolischer Diskontierer seine Rente nicht beleihen kann und die Liquiditätsbeschränkung in Periode 1 antizipiert, ist seine geplante Versicherungsnachfrage höher als der tatsächlich realisierte Pflegeversicherungsschutz, d.h.* $I_2^1 > I_2^2$.

Eine bindende Liquiditätsbeschränkung trifft den quasi-hyperbolischen Diskontierer in Periode 2 stärker als er in Periode 1 dachte. Die verpflichtenden Ersparnisse veranlassen ihn, weniger Pflegeversicherung nachzufragen. Gleichung (4.28) macht außerdem die Differenz zwischen liquiditätsbeschränkten exponentiell und quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuen deutlich: Gegeben der Ersparnisse in der ersten Periode kauft ein quasi-hyperbolischer Diskontierer eine geringere Versicherungsnachfrage im Vergleich zu einem exponentiell diskontierenden Individuum.

Folgerung 4.10 *Wenn die Liquiditätsbeschränkung eines quasi-hyperbolisch diskontierenden sowie rationalen Individuums in beiden Perioden bindet, fragt der quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Pflegeversicherung nach.*

Dieses Ergebnis steht im Gegensatz zum Resultat für perfekte Kapitalmärkte, nach dem der quasi-hyperbolische Diskontierer mehr Pflegeversicherung realisieren möchte als ein exponentieller Diskontierer. Der Grund ist, dass eine bindende Liquiditätsbeschränkung den quasi-hyperbolischen Diskontierer stärker trifft als den exponentiellen Diskontierer [siehe Gleichung (4.20)], da der quasi-hyperbolische Diskontierer einen höheren Kredit aufnehmen möchte. Das führt aber auch dazu, dass er durch die Liquiditätsbeschränkung implizit verstärkt dazu gezwungen wird, mehr zu sparen. Die Substituierbarkeit von Ersparnissen und Versicherung führt deshalb für quasi-hyperbolische Diskontierer zur Realisierung eines geringeren Schutzes durch die Pflegeversicherung.

Da $S_2^1 > S_2^2$ ist, kann der quasi-hyperbolische Diskontierer von der Liquiditätsbeschränkung auch überrascht werden. In diesem Falle ist die Ersparnis in Periode 1 höher als bei einer antizipierten Kreditrestriktion. Für $S_2^2 = 0$ haben höhere Ersparnisse in Periode 1 entsprechend (4.27) einerseits zur Folge, dass eine höhere Versicherungsnachfrage realisiert wird. Der direkte Effekt einer Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 führt auf der anderen Seite aber zu einer sinkenden Versicherungsnachfrage [siehe (4.25)]. Es ist a priori uneindeutig, ob I_2^1 größer oder kleiner ist als I_2^2, wenn das Individuum von der Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 überrascht wird. Im nachfolgenden Simulationsbeispiel wird das deutlich werden.

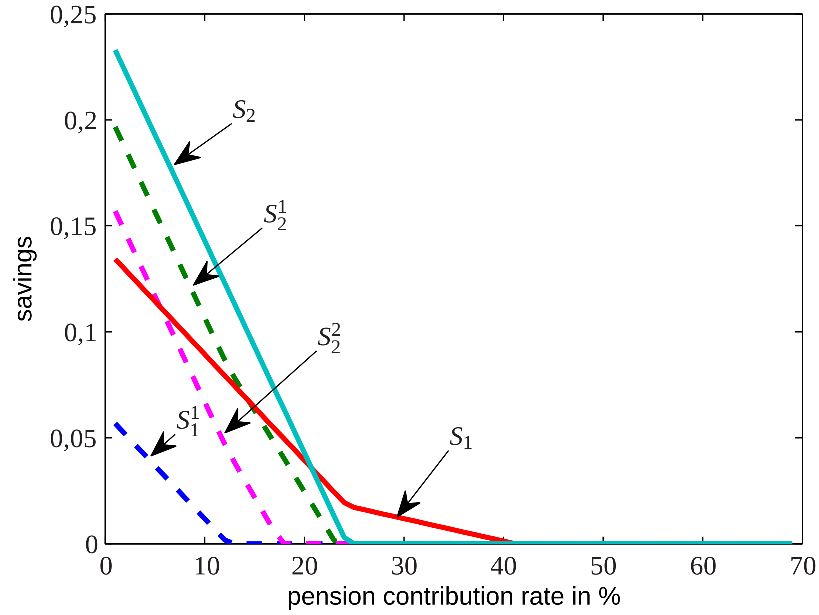
Folgerung 4.11 *Wenn der quasi-hyperbolische Diskontierer von einer bindenden Liquiditätsbeschränkung überrascht wird, ist unklar, ob die realisierte Versicherungsnachfrage im Vergleich zur geplanten Pflegeversicherung steigt oder fällt.*

Eine numerische Simulation

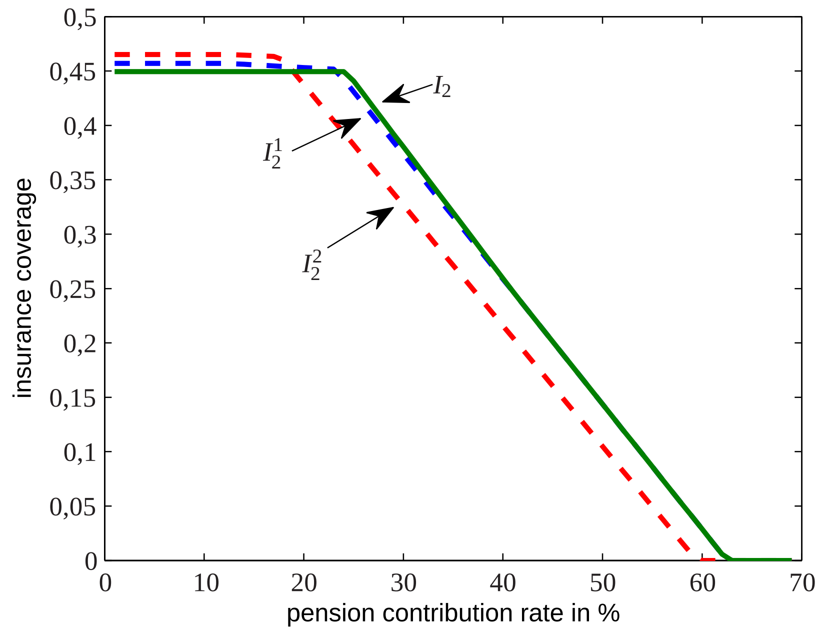
Die Simulation basiert auf denselben Parametern, wie in (4.14) beschrieben. Die Abbildungen 4.3(a) und 4.3(b) illustrieren das zeitinkonsistente Verhalten von quasi-hyperbolischen Diskontierern als Funktion des Beitragssatzes. Abbildung 4.3(a) zeigt, dass das quasi-hyperbolisch diskontierende Individuum seine geplanten Ersparnisse reduziert, solange die Liquiditätsbeschränkung realisiert wird. Gleichzeitig ist die tatsächlich realisierte Versicherungsnachfrage I_2^2 immer dann höher als die geplante Nachfrage I_2^1, wenn das Individuum in Periode 2 nicht liquiditätsbeschränkt ist und dies in Periode 1 auch registriert (Folgerung 4.6). Das ist insbesondere bei niedrigen Beitragssätzen zur Rentenversicherung der Fall. Für höhere Beiträge antizipieren quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen in Periode 1, dass sie in Periode 2 liquiditätsbeschränkt sein werden. Dann gilt $I_2^2 < I_2^1$, wie auch Folgerung 4.9 besagt. Immerhin werden sie durch die Liquiditätsbeschränkung dazu gezwungen, mehr zu sparen, als sie ursprünglich wollten. Dieser Effekt wird in Periode 2 zusätzlich verstärkt und veranlasst die Individuen, den teuren Versicherungsschutz zu reduzieren.

Der Vergleich der geplanten und realisierten Nachfrage nach Pflegeversicherung führt zu keiner eindeutigen Aussage mehr, wenn der quasi-hyperbolische Diskontierer in Periode 2 von der Liquiditätsbeschränkung überrascht wird. In Abbildung 4.3(a) ist das z.B. für einen Beitragssatz von 18 bis 23% möglich. Hier ist dem Individuum in Periode 1 nicht bewusst, dass es in Periode 2 keine Ersparnisse mehr bilden wird. Abbildung 4.3(b) zeigt, dass sich die Kurven für I_2^1 und I_2^2 in diesem Bereich schneiden. Wie bereits in Folgerung 4.11 beschrieben, ist Entwicklung der Nachfrage nach Pflegeversicherung uneindeutig, wenn das Individuum von der Liquiditätsbeschränkung in Periode 2 überrascht wird.

Der Vergleich der Ergebnisse mit denen eines exponentiellen Diskontierers zeigt, dass dieser immer mehr spart, wenn er nicht liquiditätsbeschränkt ist (Folgerung 4.1 und 4.6). Wegen den DARA-Präferenzen ist seine Versicherungsnachfrage I_2 immer geringer, wenn die Liquiditätsbeschränkungen nicht binden. Mit bindenden Liquidtätsbeschränkungen fragt der quasi-hyperbolische Diskontierer in Periode 2 weniger Pflegeversicherung nach. Das gilt insbesondere dann, wenn das Rentensystem in beiden Perioden für beide Agenten eine bindende Liquiditätsbeschränkung induziert (Folgerung 4.10).



(a) Ersparnisse in Abhängigkeit vom Beitragssatz zur Rentenversicherung



(b) Versicherungsnachfrage in Abhängigkeit vom Beitragssatz zur Rentenversicherung

Abbildung 4.3: *Zeitinkonsistentes Verhalten.*

Quelle: *Kifmann, Roeder und Schnekenburger (2010), Abbildung 1, Seite 16.*

4.2 Politikimplikation

Ein Ergebnis der positiven Analyse ist, dass quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen ihre Nachfrage nach einer Pflegeversicherung nach unten korrigieren, wenn sie in Periode 2 liquiditätsbeschränkt sind. Eine notwendige Bedingung für dieses Ergebnis ist die Existenz eines staatlichen Rentensystems, welches die Liquiditätsbeschränkung induziert. İmrohoroğlu et al. (2003) haben eine Begründung für eine solche Politik bereitgestellt. Sie betrachten Individuen, die ihre früher getroffenen Entscheidungen bereuen. Dieses Verhalten wird mit Hilfe eines Diskontfaktors δ_b auf die Nutzenniveaus vergangener Perioden abgebildet. Die Präferenzen in Periode 2 und 3 sind dann gegeben durch

$$\begin{aligned} EU_2^r &= \delta_b^{-1}u(C_1) + u(C_2) + \beta\delta\left[\pi u(C_{3l}) + (1-\pi)u(C_{3h})\right] & (4.29)\\ EU_3^r &= \delta_b^{-2}u(C_1) + \delta_b^{-1}u(C_2) + \left[\pi u(C_{3l}) + (1-\pi)u(C_{3h})\right]. & (4.30)\end{aligned}$$

Deshalb hängt der Erwartungsnutzen in jeder Periode sowohl von vergangenem als auch aktuellem und zukünftigem Konsum ab. Der vergangene Konsum ist hierbei irrelevant für das Verhalten, wenn die Individuen „naiv“ sind. Nur der übrig bleibende Ausdruck dient der Entscheidungsfindung in der aktuellen Periode, so dass das Bedauern vergangener Entscheidungen die positive Analyse nicht beeinflusst.

Die Ableitung von (4.30) in Bezug auf I ist

$$\frac{\partial EU_3^r}{\partial I} = -(1+\lambda)\pi(1+\delta_b^{-1})u'(C_2) + \pi(1+\beta\delta)u'(C_{3l}). \tag{4.31}$$

Die Steigung der Ableitung von (4.31) an der Stelle der in Periode 2 realisierten Versicherungsnachfrage, $I = I_2^2$, bestimmt durch die Gleichung (4.18), führt zu

$$\left.\frac{\partial EU_3}{\partial I}\right|_{I=I_2^2} = (1-\beta)\pi u'(C_{3L}) \begin{cases} > 0, & \text{falls } \beta < 1, \\ = 0, & \text{falls } \beta = 1. \end{cases} \tag{4.32}$$

Das bedeutet, dass ein quasi-hyperbolischer Diskontierer bei Renteneintritt tatsächlich bereut, in Periode 2 einen so geringen Versicherungsschutz gekauft zu haben.[6] Dadurch eröffnet sich die Möglichkeit, durch eine verpflichtende Pflegeversicherung, deren Schutz höher ist als I_2^2, Wohlfahrtsgewinne zu realisieren.

[6] Das gilt auch für exponentiell diskontierende Individuen, wenn $\delta_b < \delta$.

δ_b	2			
b	0 %	20 %		$b_1 = 20\%$ $b_2 = 19{,}5\%$
S_1^1	0,061	0,000		0,000
S_2^1	0,206	0,025		0,027
I_2^1	0,457	0,453		0,453
S_2^2	0,166	0,000	0,000	0,000
I_2^2	0,465	0,438	**0,453**	**0,453**
EU_1	-2,339	-2,347		-2,347
EU_2^r	-2,703	-2,622	-2,623	-2,622
EU_3^r	-2,674	-2,524	-2,509	-2,518

Tabelle 4.1: *Wohlfahrtsgewinne durch eine verpflichtende Pflegeversicherung.*
$L = 0{,}5, Y_1 = Y_2 = 0{,}5, \delta = 0{,}8, \pi = \lambda = 0{,}2.$

Tabelle 4.1 demonstriert diese Möglichkeit mit denselben Parametern wie in den früher besprochenen Simulationen. Darüber hinaus sei $\delta_b = 2$, d.h. der Nutzen aus früheren Perioden wird mit einem Gewicht von $1/2$ versehen.[7] Die erste Spalte zeigt die geplanten und implementierten Ersparnisse und Versicherungsentscheidungen ohne öffentliches Rentensystem. Außerdem sind die Erwartungsnutzen dargestellt, mit dem Bedauern vergangener Entscheidungen.

Die zweite Spalte beschreibt ein staatliches Rentensystem mit einem Beitragssatz von $b = 20\%$. Dieses führt zu einer bindenden Liquiditätsbeschränkung in Periode 1 und zu einer nicht-antizipierten Liquiditätsbeschränkung in Periode 2. Die gewählte Höhe der Pflegeversicherung, $I_2^2 = 0{,}438$, ist geringer als der anfänglich geplante Versicherungsschutz, $I_2^1 = 0{,}453$. In Bezug auf Wohlfahrtseffekte ist der Erwartungsnutzen aus Sicht von Periode 1 geringer, aber der Erwartungsnutzen in Periode 2 und 3 höher. Aus der Sicht von späteren Perioden, in welchen das Individuum die geringeren Ersparnisse bereut, ist ein Rentensystem wohlfahrtssteigernd [siehe İmrohoroğlu et al. (2003, Seite 761)].

Nun wird die verpflichtete Pflegeversicherung mit dem anfänglich geplanten Versicherungsniveau $I_2^1 = 0{,}453$ betrachtet (**fett** in Tabelle 4.1), während der Beitragssatz zur Ren-

[7] Die Ergebnisse gelten auch für den Fall $\delta_b = \delta = 0{,}8$.

tenversicherung konstant gehalten wird. Das beeinflusst EU_1 nicht, da die Individuen zu diesem Zeitpunkt nicht antizipieren, dass sie ihre Versicherungsentscheidung später bereuen werden. Das reduziert EU_2^r, da $I_2^2 = 0{,}438$ die optimale Entscheidung in Periode 2 ist, aber erhöht EU_3^r, weil es quasi-hyperbolische Individuen ex-post bereuen, sich in so geringem Ausmaß versichert zu haben [Gleichung (4.32)]. Verglichen mit der ersten Spalte führt diese Politik dazu, dass die Individuen in Periode 2 und 3 besser gestellt sind als ohne ein staatliches Rentensystem.

Die letzte Spalte zeigt, dass eine Reduktion des Beitragssatzes in der zweiten Periode auf 19,5% zu einer Pareto-Verbesserung führt im Vergleich zu einem einheitlichen Beitragssatz von 20% und keiner verpflichtenden Pflegeversicherung. Damit werden Individuen in Periode 2 dafür kompensiert, dass sie gezwungen werden, mehr Versicherung zu kaufen, als sie eigentlich möchten. In Periode 3 sind sie immer noch besser gestellt, weil sie den Versicherungsschutz höher bewerten als den Verlust durch die reduzierten Renten.

Wenn Individuen ihre früheren Entscheidungen bereuen, kann eine verpflichtende Pflegeversicherung in Verbindung mit einem staatlichen Rentensystem die Wohlfahrt erhöhen. Ob das Rentensystem und die verpflichtende Pflegeversicherung den Lebensnutzen aus Sicht eines Älteren erhöht, und insbesondere, ob eine Pareto-Verbesserung erreicht werden kann, bleibt allerdings eine quantitative Frage. Die Antwort darauf hängt von der Wahl der Präferenzparameter β und δ, dem Loadingfaktor λ sowie dem Verdienstprofil ab.

4.3 Zusammenfassung

Das hier betrachtete Modell untersucht den Versicherungskauf quasi-hyperbolisch diskontierender Individuen bei bindenden Liquiditätsbeschränkungen. Es konnte gezeigt werden, dass liquiditätsbeschränkte, quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen weniger Pflegeversicherung nachfragen als Individuen, die nicht liquiditätsbeschränkt sind. Quasi-hyperbolische Diskontierung in Verbindung mit Kreditrestriktionen können also eine weitere Begründung für die geringe Nachfrage nach einer Pflegeversicherung darstellen. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass ein staatlicher Eingriff im Rahmen des Renten- und Pflegeversicherungssystems den Lebensnutzen eines quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuums erhöhen kann.

Quasi-hyperbolisches Diskontieren hat keinen Einfluss auf die Versicherungsnachfrage, wenn die Versicherung aktuarisch fair ist; sowohl das exponentiell als auch das quasi-hyperbolisch diskontierende Individuum fragt dann Vollversicherung nach. Beinhaltet die Prämie hingegen ein positives Loading, dann verändert ein quasi-hyperbolisch diskontierendes Individuum seine Versicherungsnachfrage im Vergleich zu einem exponentiellen Diskontierer. Dies ist nicht nur an die Annahme einer aktuarisch unfairen Versicherung geknüpft, sondern auch an das Vorliegen einer Liquiditätsbeschränkung.

Liegen perfekte Kapitalmärkte vor, ist die Versicherungsnachfrage eines quasi-hyperbolisch diskontierenden Individuums im Vergleich zu einem exponentiell diskontierenden Individuum abhängig von der Präferenzstruktur. Es wird eine höhere Versicherungsnachfrage realisieren, wenn die Präferenzen sinkende absolute Risikoaversion aufweisen.

Ist das Individuum liquiditätsbeschränkt, z.B. wegen verpflichtender Beiträge zum Rentensystem, fragt der quasi-hyperbolische Diskontierer weniger Pflegeversicherung nach im Vergleich zu vollkommenen Kapitalmärkten und im Vergleich zu einem exponentiellen Diskontierer. Eine bindende Liquiditätsbeschränkung trifft den quasi-hyperbolischen Diskontierer stärker als den exponentiellen, da er gegenwärtig mehr konsumieren möchte und infolgedessen weniger spart. Diese erzwungene Ersparnis und die Substituierbarkeit von Versicherung durch Sparen bei bindenden Liquiditätsbeschränkungen begründen eine geringere Versicherungsnachfrage, unabhängig von der Präferenzstruktur des Individuums. Deshalb stellt eine Liquiditätsbeschränkung in Verbindung mit quasi-hyperbolischer Diskontierung eine Begründung für die geringe Nachfrage nach Pflegeversicherung dar.

Zusätzlich zur Revision der Sparentscheidung über den Lebenszyklus hinweg konnte auch gezeigt werden, dass ein quasi-hyperbolischer Diskontierer seine Entscheidung über die Höhe der Versicherung ändert, wenn die Versicherung aktuarisch unfair ist. Er spart nicht nur weniger, als er ursprünglich geplant hatte, sondern verändert auch seine Versicherungsnachfrage über die Zeit. Wenn das Individuum vor Renteneintritt nicht liquiditätsbeschränkt war, hängt die Nachfrageänderung von der Präferenzstruktur ab. Bindende Liquiditätsbeschränkungen führen hingegen zur Realisierung einer geringeren Versicherungsnachfrage als in früheren Lebensjahren geplant, unabhängig von der Präferenzstruktur.

Das begründet die folgende Politikimplikation: Wenn ein staatliches Rentensystem vor dem Renteneintritt eine bindende Liquiditätsbeschränkung induziert, können quasi-hyperbolisch diskontierende Individuen es bereuen, so wenig Pflegeversicherung abgeschlossen zu haben. In einem solchen Umfeld kann eine verpflichtende Pflegeversicherung die Wohlfahrt erhöhen: Die staatliche Verpflichtung, den in einer früheren Phase geplanten Versicherungsschutz tatsächlich zu realisieren, kann den Nutzen aus Sicht der letzten Lebensperiode steigern. Geht der Abschluss der Zwangsversicherung mit einem in dieser Periode reduzierten Beitragssatz zur Rentenversicherung einher, kann insgesamt sogar eine Pareto-Verbesserung erreicht werden. Das konnte anhand eines Simulationsbeispiels verdeutlicht werden.

4.4 Anhang

Entscheidung in Periode 1

Das totale Differential von

$$
\begin{aligned}
&-u'(C_1^1) + \beta\delta u'(C_2^1) = 0,\\
&-\beta\delta u'(C_2^1) + \beta\delta^2\left[\pi u'(C_{3L}^1) + (1-\pi)u'(C_{3N}^1)\right] = 0, && (4.33)\\
&-\beta\delta u'(C_2^1)(1+\lambda)\pi + \beta\delta^2\pi u'(C_{3L}^1) = 0. && (4.34)
\end{aligned}
$$

führt zu

$$
\begin{aligned}
\triangle^{S1} &= u''(C_1^1)\mathrm{d}S_1^1 + \beta\delta u''(C_2^1)\mathrm{d}S_1^1 - \beta\delta u''(C_2^1)\mathrm{d}S_2^1 - \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)\mathrm{d}I_2^1,\\
\triangle^{S2} &= -\beta\delta u''(C_2^1)\mathrm{d}S_1^1 + \beta\delta u''(C_2^1)\mathrm{d}S_2^1 + \beta\delta^2[\pi u''(C_{3L}) + (1-\pi)u''(C_{3N}^1)]\mathrm{d}S_2^1\\
&\quad + \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)\mathrm{d}I_2^1 + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)\mathrm{d}I_2^1,\\
\triangle^{I1} &= -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)\mathrm{d}S_1^1 + \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)\mathrm{d}S_2^1 + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)\mathrm{d}S_2^1\\
&\quad + \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1)\mathrm{d}I_2^1 + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)\mathrm{d}I_2^1,
\end{aligned}
$$

mit

$$
\begin{aligned}
\triangle^{S1} &= -\delta u'(C_2^1)\mathrm{d}\beta,\\
\triangle^{S2} &= 0,\\
\triangle^{I1} &= 0.
\end{aligned}
$$

Die Gleichungen können umgeschrieben werden als

$$
\begin{bmatrix}
u''(C_1^1) + \beta\delta u''(C_2^1) & -\beta\delta u''(C_2) & -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)\\
-\beta\delta u''(C_2^1) & \beta\delta u''(C_2^1) + \beta\delta^2[\pi u''(C_{3L}^1) + (1-\pi)u''(C_{3N}^1)] & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)\\
-\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) & \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1) + \beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1)
\end{bmatrix}
\times
\begin{bmatrix}
\mathrm{d}S_1^1\\ \mathrm{d}S_2^1\\ \mathrm{d}I_2^1
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\triangle^{S1}\\ \triangle^{S2}\\ \triangle^{I1}
\end{bmatrix}.
$$

Die Determinante der Hesse-Matrix ist gegeben durch

$$
\begin{aligned}
|\mathcal{H}_{P1}| =& (u''(C_1^1) + \beta\delta u''(C_2^1))\beta^2\delta^4(1-\pi)u''(C_{3N}^1)\pi u''(C_{3L}^1)\\
&+ u''(C_2^1)u''(C_1^1)\beta^2\delta^3 u''(C_{3N}^1)(1+\lambda)^2\pi^2(1-\pi)\\
&+ u''(C_2^1)u''(C_1^1)\beta^2\delta^3 u''(C_{3L}^1)(1-\pi(1+\lambda))^2\pi < 0,
\end{aligned}
$$

welche negativ ist, da $(1+\lambda)\pi < 1$. Entsprechend der Cramer'schen Regel gilt dann

$$\frac{\partial S_1^1}{\partial \beta} = \frac{\begin{vmatrix} -\delta u'(C_2^1) & -\beta\delta u''(C_2) & -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) \\ 0 & \beta\delta u''(C_2^1)+\beta\delta^2[\pi u''(C_{3L}^1)+(1-\pi)u''(C_{3N}^1)] & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) \\ 0 & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) & \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) \end{vmatrix}}{|\mathcal{H}_{P1}|},$$

$$\frac{\partial S_2^1}{\partial \beta} = \frac{\begin{vmatrix} u''(C_1^1)+\beta\delta u''(C_2^1) & -\delta u'(C_2^1) & -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) \\ -\beta\delta u''(C_2^1) & 0 & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) \\ -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) & 0 & \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) \end{vmatrix}}{|\mathcal{H}_{P1}|},$$

$$\frac{\partial I_2^1}{\partial \beta} = \frac{\begin{vmatrix} u''(C_1^1)+\beta\delta u''(C_2^1) & -\beta\delta u''(C_2) & -\delta u'(C_2^1)) \\ -\beta\delta u''(C_2^1) & \beta\delta u''(C_2^1)+\beta\delta^2[\pi u''(C_{3L}^1)+(1-\pi)u''(C_{3N}^1)] & 0 \\ -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) & \beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) & 0 \end{vmatrix}}{|\mathcal{H}_{P1}|}.$$

Mit dem Koeffizient der absoluten Risikoaversion $A(C) = -u''(C)/u'(C)$ und Gleichung (4.34), erhält man nach einigen Umformungen, da $C_{3N}^1 > C_{3L}^1$ falls $\lambda > 0$,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S_1^1}{\partial \beta} &= \frac{-\beta^2\delta^4\pi u'(C_2^1)}{|\mathcal{H}_{P1}|}[(1-\pi)u''(C_{3N}^1)(\pi(1+\lambda)^2 u''(C_2^1)+\delta u''(C_{3L}^1)) \\
&\qquad\qquad + (1-(1+\lambda)\pi)^2 u''(C_2^1)u''(C_{3L}^1)] > 0, \\
\frac{\partial S_2^1}{\partial \beta} &= \frac{-\beta^2\delta^4\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_2^1)u''(C_{3,d}^1)u'(C_2^1)}{|\mathcal{H}_{P1}|} > 0, \\
\frac{\partial I_2^1}{\partial \beta} &= \frac{\beta^3\delta^4\pi(1-\pi)u''(C_2^1)u'(C_{3L}^1)u'(C_{3N}^1)[A(C_{3N}^1)-A(C_{3L}^1)]}{|\mathcal{H}_{P1}|}\begin{cases} >0 & A'(C)>0, \\ =0 & A'(C)=0, \\ <0 & A'(C)<0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Bindende Liquiditätsbeschränkung in Periode 2

Das totale Differential von (4.7) und (4.9) führt zum folgenden linearen Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} u''(C_1^1)+\beta\delta u''(C_2^1) & -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) \\ -\beta\delta(1+\lambda)\pi u''(C_2^1) & \beta\delta(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C_2^1)+\beta\delta^2\pi u''(C_{3L}^1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dS_1^1 \\ dI_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \triangle_{LC2}^{S1} \\ \triangle_{LB2}^{I1} \end{bmatrix},$$

wobei $\triangle^{S1}_{LB2} = \beta\delta u''(C^1_2)\mathrm{d}S^1_2 - \delta u'(C^1_2)\mathrm{d}\beta$ and $\triangle^{I1}_{LB2} = -\beta\delta\pi\left((1+\lambda)u''(C^1_2)+\delta u''(C^1_{3L})\right)\mathrm{d}S^1_2$. Die Determinante der Hesse-Matrix ist gegeben durch

$$|\mathcal{H}_{LB2}| = \beta\delta(1+\lambda)^2 u''(C^1_1)u''(C^1_2) + \beta\delta^2\pi u''(C^1_{3L})u''(C^1_1) + \beta^2\delta^3\pi u''(C^1_{3L})u''(C^1_2) > 0.$$

welche positiv ist. Mit der Cramer'schen Regel erhält man nach einigen Umformungen

$$\frac{\partial S^1_1}{\partial\beta} = \frac{-\beta\delta^2 u'(C^1_2)[(1+\lambda)^2\pi^2 u''(C^1_2)+\delta\pi u''(C^1_{3L})]}{|\mathcal{H}_{LB2}|} > 0$$
$$\frac{\partial I^1_2}{\partial\beta} = \frac{-\beta\delta^2(1+\lambda)\pi u'(C^1_2)u''(C^1_2)}{|\mathcal{H}_{LB2}|} > 0.$$

Entscheidung in Periode 2

Das totale Differential von

$$\begin{aligned} -u'(C^2_2)+\beta\delta\left[\pi u'(C^2_{3L})+(1-\pi)u'(C^2_{3N})\right] &= 0,\\ -u'(C^2_2)(1+\lambda)\pi+\beta\delta\pi u'(C^2_{3L}) &= 0, \end{aligned} \tag{4.36}$$

führt zu

$$\begin{aligned} \triangle^S &= u''(C^2_2)\mathrm{d}S^2_2 + \beta\delta[\pi u''(C^2_{3L})+(1-\pi)u''(C^2_{3N})]\mathrm{d}S^2_2 + (1+\lambda)\pi u''(C^2_2)\mathrm{d}I^2_2\\ &\quad +\beta\delta\pi u''(C^2_{3L})\mathrm{d}I^2_2,\\ \triangle^I &= (1+\lambda)\pi u''(C^2_2)\mathrm{d}S^2_2 + \beta\delta\pi u''(C^2_{3L})\mathrm{d}S^2_2 + (1+\lambda)^2\pi^2 u''(C^2_2)\mathrm{d}I^2_2\\ &\quad +\beta\delta\pi u''(C^2_{3L})\mathrm{d}I^2_2, \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \triangle^S &= u''(C^2_2)\mathrm{d}S^1_1 - \delta[\pi u'(C^2_{3L})+(1-\pi)u'(C^2_{3N})]\mathrm{d}\beta,\\ \triangle^I &= (1+\lambda)\pi u''(C^2_2)\mathrm{d}S^1_1 - \delta\pi u'(C^2_{3L})\mathrm{d}\beta. \end{aligned}$$

Die Gleichungen können in folgendem linearen System geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} u''(C^2_2)+\beta\delta[\pi u''(C^2_{3L})+(1-\pi)u''(C^2_{3N})] & (1+\lambda)\pi u''(C^2_2)+\beta\delta\pi u''(C^2_{3L}) \\ (1+\lambda)\pi u''(C^2_2)+\beta\delta\pi u''(C^2_{3L}) & (1+\lambda)^2\pi^2 u''(C^2_2)+\beta\delta\pi u''(C^2_{3L}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{d}S^2_2 \\ \mathrm{d}I^2_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \triangle^S \\ \triangle^I \end{bmatrix}.$$

Auflösen nach $\mathrm{d}S_2^2$ und $\mathrm{d}I_2^2$ führt zu

$$\begin{bmatrix} \mathrm{d}S_2^2 \\ \mathrm{d}I_2^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{|\mathcal{H}_{P2}|}\times$$
$$\begin{bmatrix} (1+\lambda)^2\pi^2u''(C_2^2)+\beta\delta\pi u''(C_{3L}^2) & -\big((1+\lambda)\pi u''(C_2^2)+\beta\delta\pi u''(C_{3L}^2)\big) \\ -\big((1+\lambda)\pi u''(C_2^2)+\beta\delta\pi u''(C_{3L}^2)\big) & u''(C_2^2)+\beta\delta[\pi u''(C_{3L}^2)+(1-\pi)u''(C_{3N}^2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle^S \\ \triangle^I \end{bmatrix},$$

wobei die Determinante der Hesse-Matrix, gegeben durch

$$\begin{aligned} |\mathcal{H}_{P2}| &= \beta\delta u''(C_2^2)u''(C_{3L}^2)\pi(1-\pi(1+\lambda))^2 \\ &\quad +\beta\delta(1-\pi)u''(C_{3N}^2)\big((1+\lambda)^2\pi^2u''(C_2^2)+\beta\delta\pi u''(C_{3L})\big) > 0, \end{aligned}$$

positiv ist, da $(1+\lambda)\pi < 1$. Mit dem Maß der absoluten Risikoaversion $A(C) = -u''(C)/u'(C)$ und (4.36), erhält man nach einigen Umformungen sowie mit $C_{3N}^2 > C_{3L}^2$ und $\lambda > 0$

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial\beta} = \frac{(1+\lambda)\pi(1-\pi)\delta u'(C_2^2)u'(C_{3N}^2)[A(C_{3N}^2)-A(C_{3L}^2)]}{|\mathcal{H}_{P2}|}\begin{cases} >0 & A'(C)>0, \\ =0 & A'(C)=0, \\ <0 & A'(C)<0, \end{cases}$$

$$\frac{\partial I_2^2}{\partial S_1^1} = \frac{\beta\delta\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_2^2)u'(C_{3L})[A(C_{3L}^2)-A(C_{3N}^2)]}{|\mathcal{H}_{P2}|}\begin{cases} >0 & A'(C)>0, \\ =0 & A'(C)=0, \\ <0 & A'(C)<0, \end{cases}$$

$$\frac{\partial S_2^2}{\partial\beta} = \frac{-\delta\pi(1-(1+\lambda)\pi)u''(C_{3L}^2)u'(C_2^2)}{|\mathcal{H}_{P2}|} > 0. \tag{4.37}$$

Kapitel 5

Abschließende Bemerkungen

Ob Versicherung und individuelles Sparen als Substitute betrachtet werden können, ist theoretisch nicht so einfach zu zeigen, wie es intuitive Überlegungen vermuten lassen. Wenn ein Individuum wegen der unfairen Versicherung keine Vollversicherung nachfragt oder die Versicherung ihm wegen Moral Hazard Problemen nur eine Teilversicherung anbietet, dann passt das Individuum sein Sparverhalten zwar an, aber substitutiven Charakter hat das nicht in jedem Fall.

Im 2-Perioden Versicherungsmodell wurden verschiedene Modellvarianten mit dem Ergebnis analysiert, dass die Substituierbarkeit von Versicherung und Ersparnissen nicht generell bestätigt werden kann. Vielmehr ist diese Aussage an bestimmte Annahmen an den Zeitpunkt der Prämienzahlung und die Risikopräferenzen des Individuums geknüpft. Für eine unfaire Versicherung konnte gezeigt werden, dass das Individuum über erhöhtes Sparen versuchen wird, das durch den Kauf von Teilversicherung verursachte Risiko abzumildern, wenn es prudent ist und die Prämie in Periode 2 bezahlt wird. Die Zahlung der Versicherungsprämie in Periode 2 führt nicht zu dieser eindeutigen Aussage: Es könnte sogar sein, dass prudente Individuen auf Vorsichtssparen verzichten.

Risikoaverse Individuen werden mehr vorsichtssparen, wenn die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit zunimmt und die Prämie in Periode 2 bezahlt wird. Wie die Versicherungsnachfrage auf eine Veränderung der Schadeneintrittswahrscheinlichkeit reagiert, hängt von den Präferenzeigenschaften des betrachteten Individuums ab. Sie sinkt für Präferenzen mit konstanter oder zunehmender absoluter Risikoaversion. Ähnlich uneindeutig sind die Ergebnisse in Bezug auf marginal kleine Preisänderungen der Versicherung: Versicherung könnte zwar durch Sparen ersetzt werden, aber eine allgemein gültige Aussage kann aufgrund der gegenläufigen Substitutions- und Einkommenseffekte nicht getroffen werden. Eindeutige Substituierbarkeit liefert nur die Prämienzahlung in Periode 2 mit CARA-Präferenzen.

Selbst die Antwort darauf, ob die Möglichkeit zu sparen Versicherung vom Markt verdrängt, hängt vom Zeitpunkt der Prämienzahlung sowie von der vorliegenden Präferenzstruktur ab. Sparen reduziert die Versicherungsnachfrage, wenn z.B. die Prämie vorzeitig bezahlt wird oder wenn Präferenzen mit sinkender absoluter Risikoaversion bei späterer Prämienzahlung vorliegen. Ähnliches gilt für eine bindende Liquiditätsbeschränkung in der Periode vor dem Schadenseintritt. Das Unterlassen des Kaufs von Versicherung dient dem Individuum als eine erweiterte Form der Kreditaufnahme. Dieses implizite Mehr-Sparen führt aber nicht immer dazu, dass weniger Versicherung gekauft wird. Das gilt dann, wenn die Prämie in Periode 1 bezahlt wird oder DARA-Präferenzen bei Prämienzahlung in Periode 2 vorliegen. Von einer generellen Substituierbarkeit kann nicht gesprochen werden.

Versicherung und Sparen hingegen können – unabhängig von den vorliegenden Präferenzen – Substitute darstellen, wenn man diese Entscheidungen über den Lebenszyklus hinweg betrachtet. Liegen keine Liquiditätsbeschränkungen vor, dann wird ein junges Individuum keine teure Versicherung nachfragen. Nur zum Lebensende hin nimmt die Nachfrage nach Versicherung zu und gleichzeitig reduziert das Individuum seine Sparanstrengungen. Kreditrestriktionen führen dazu, dass langfristig mehr gespart und auch ein höherer Versicherungsschutz nachfragt wird, weil die Möglichkeit, liquiditätsbeschränkt zu sein, ein zusätzliches Risiko darstellt. Das ändert jedoch nichts an der Aussage, dass zum Lebensende hin der Versicherungsschutz zunimmt und Ersparnisse reduziert werden. Dies gilt auch, wenn das Risiko des Schadens nicht bis zum Ende des Lebens besteht, wie es z.B. in der Arbeitslosenversicherung der Fall ist. Zum Ende des Erwerbslebens hin ist mehr Versicherung optimal im Vergleich zu einem Risiko, das über das gesamte Leben hinweg besteht, wenn Liquiditätsbeschränkungen vorliegen. Bei freiem Zugang zum Kapitalmarkt wird das Individuum hingegen bei langem Zeithorizont nicht von der Möglichkeit des Kaufs der unfairen Versicherung Gebrauch machen und einen möglichen Schadenseintritt vielmehr über das Leben hinweg diversifizieren. Lediglich zum Ende des Erwerbslebens nimmt der Versicherungsschutz zu.

Die Möglichkeit, über mehrere Perioden einen Pufferbestand an Ersparnissen bilden zu können, führt zum Verzicht des Kaufs der teuren Versicherung. Wie mächtig dieses Instrument ist, konnte anhand eines Beispiels mit steigenden Schadenseintrittswahrscheinlichkeiten gezeigt werden. Wenn ein Schadenseintritt mit dem Alter immer wahrscheinlicher wird, würde man annehmen, dass der Versicherungsschutz zunimmt. Allerdings konnte in einem Beispiel dargelegt werden, dass das Bilden eines höheren Pufferbestandes an Ersparnissen zu einer sinkenden Nachfrage nach Versicherung führt.

Im dritten Kapitel der Arbeit wurde der Einfluss von Versicherung und Sparen auf das Verhalten eines Individuums analysiert. Die Betrachtung eines ex-post und ex-ante Moral-Hazard-Modells, welche sowohl Versicherung als auch Sparelemente mit dadurch implizierten Verhaltensänderungen beinhaltet, zeigt, dass Sparen und Versicherung keine Substitute sein müssen. Insbesondere wird deutlich, dass Versicherung nicht gänzlich durch Sparen ersetzt werden kann. Moral Hazard liefert eine Begründung für Teilversicherung, aber nur unter der sehr restriktiven Annahme einer positiven Elastizität des Schadenseintritts in Bezug auf den Versicherungsschutz eine Begründung für die totale Aufgabe der Versicherungsdeckung. Deshalb kann die Idee der Sparkonten, die den Versicherungsschutz von Individuen aufheben und mögliche Schäden durch Ersparnisse auf dem Sparkonto finanzieren, unter der alleinigen Begründung, dass Individuen dadurch einen höheren Anreiz hätten, Schaden abzuwenden, zumindest im Rahmen eines 2-Perioden-Modells nicht unterstützt werden.

Außerdem ist in Bezug auf Ersparnisse Vorsicht geboten. Abhängig davon, ob ein ex-post oder ex-ante Moral-Hazard-Problem vorliegt, können diese auch negative Verhaltensanreize auf das Verhalten des Individuums auslösen. Diese negative Externalität muss von der Versicherung in der Vertragsgestaltung berücksichtigt werden und führt letzten Endes dazu, dass unklar ist, ob mehr oder weniger Versicherung resultiert, wenn das Individuum sparen kann.

Dass höhere Ersparnisse im Sinne einer höheren Eigenbeteiligung bei Schadenseintritt den Anreiz erhöhen, Schaden abzumildern, kann richtig sein, wenn ein ex-ante Moral-Hazard-Modell vorliegt und die Kosten multiplikativ in die Nutzenfunktion des Individuums eingehen, d.h. insbesondere wenn Aufwand den Konsumgenuss beeinträchtigt. Es konnte illustriert werden, dass es für diesen Fall optimal ist, wenn der Staat Ersparnisse subventioniert, um Individuen dazu zu bringen, mehr zu sparen. Die Individuen sind dann bereit, mehr Aufwand zu erbringen, um die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts zu reduzieren (außer die Versicherung kann die Ersparnisse kontrollieren).

Analog dazu führen Liquiditätsbeschränkungen zu mehr Anstrengung, weil das Individuum dazu gezwungen wird, mehr zu sparen als es eigentlich möchte. Wenn das alleinige Ziel einer Reform darin besteht, dass Individuen sich mehr anstrengen, den Schaden zu verhindern, kann es deshalb optimal sein, sie über zusätzliche Beiträge zur Rentenversicherung in die Liquiditätsbeschränkung zu drücken. Das kann außerdem mit einem geringeren Versicherungsschutz einhergehen, wie ein Simulationsbeispiel deutlich machte.

Es ist aber auch möglich, dass Ersparnisse negativ auf die Bemühungen zur Schadensbegrenzung wirken. In einem ex-post Moral-Hazard-Modell sowie im ex-ante Moral-Hazard-Modell mit additiv in die Nutzenfunktion eingehenden Kosten führt diese negative Wirkung des Sparens zur Empfehlung, dass Ersparnisse seitens des Staates besteuert werden sollten. Damit werden zusätzliche Anreize geschaffen, Aufwand zu betreiben, um den Schaden zu verhindern. Dieses Ergebnis überrascht im Lichte des Reformvorschlags von Sparkonten in der Arbeitslosen- und Krankenversicherung, wo Ersparnisse für Sparkonten oft als steuerlich begünstigt modelliert und dargestellt werden.

Das Zusammenspiel von Sparen, Versicherung, Aufwand und Aufwandskosten wird insbesondere in der Diskussion darüber deutlich, ob ältere Arbeitslose höhere Leistungen der Arbeitslosenversicherung erhalten sollten als jüngere, weil es im Alter zunehmend schwerer wird, eine neue Anstellung zu finden. Ein weiteres Beispiel verdeutlicht, dass das nicht zwingend der Fall sein muss. Wenn die Kosten der Suche hinreichend hoch sind, kann es optimal sein, die Leistungen zu senken, um zusätzliche Anreize zu geben, tatsächlich nach einer neuen Stelle zu suchen. Auch in diesem Kontext ist eine Besteuerung von Ersparnissen zu empfehlen, und zwar umso mehr, je schwerer es ist, einen Arbeitsplatz zu finden.

Wenn Individuen im Rahmen eines Rentensystems oder wegen Senioritätsentlohnung in die Liquiditätsbeschränkung gezwungen werden, dann müssen sie mehr sparen, als sie eigentlich wollen. Hat Sparen einen negativen Effekt auf den vom Individuum zu erbringenden Aufwand, dann reduziert sich das Aufwandniveau. Die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts wird erhöht. Intuitiv erscheint es nun richtig, den Umfang der Versicherungsdeckung zu reduzieren, um über diesen Parameter zusätzliche Anreize zur Schadensverringerung zu geben. Analytisch kann das jedoch nicht gezeigt werden, obwohl genau jener Effekt in einer Simulation dargestellt werden konnte.

Die Nachfrage nach einer aktuarisch unfairen Versicherung im Umfeld quasi-hyperbolisch diskontierender Individuen, die aufgrund eines Rentensystems liquiditätsbeschränkt sind, wurden in Kapitel 4 genauer betrachtet. Quasi-hyperbolische Diskontierer neigen dazu, sofort zu konsumieren und früher getroffene Entscheidungen später zu bereuen. Sie sparen insbesondere weniger als exponentiell diskontierende Individuen und fragen – zumindest bei bindenden Liquiditätsbeschränkungen – weniger Versicherung nach. Liquiditätsbeschränkung und positives Versicherungsloading in Verbindung mit quasi-hyperbolischer Diskontierung stellt deshalb eine Begründung für die geringe Nachfrage nach Pflegeversicherung dar.

Deutlich wird im Rahmen dieser Untersuchung, dass ein staatliches Rentensystem, welches eine bindende Liquiditätsbeschränkung induziert, mit einer umfassenderen verpflichtenden Pflegeversicherung einhergehen sollte. Weil ein älterer quasi-hyperbolischer Diskontierer seine Entscheidung über den geringen Versicherungskauf in früheren Jahren bereut, kann eine Pflegepflichtversicherung Sinn machen. Sparkonten werden in der Diskussion oft auch damit begründet, dass Individuen unfähig seien, zu sparen. Die Analyse zeigt, dass die Unfähigkeit zu sparen nicht darin münden muss, den Versicherungsschutz zu reduzieren und durch Ersparnisse zu ersetzen. Vielmehr führt die Analyse zur gegenteiligen Aussage, dass die Unfähigkeit zu sparen darin münden kann, mehr Versicherung zu verlangen. In einer numerischen Simulation konnte sogar gezeigt werden, dass eine Erhöhung der Pflegepflichtversicherung in Verbindung mit einem über das Leben hinweg sinkenden Beitragssatz zur Rentenversicherung eine Pareto-Verbesserung herbeiführen kann.

Wie aus den Ergebnissen dieser Arbeit ersichtlich ist, können Versicherung und Sparen deshalb nicht pauschal als Substitute betrachtet werden. Die Frage der Substitionsmöglichkeit hängt sowohl von den Präferenzen des Individuums als auch von der analysierten Modellumgebung ab. Außerdem kann es einen Unterschied machen, ob die Substituierbarkeit innerhalb eines langen und kurzen Zeitraumes mit und ohne imperfekte Kapitalmärkte besprochen wird.

Weil die Frage der Substitution von Versicherung durch Sparen so diffizil von der betrachteten Umgebung abhängt, gibt es weitere Forschungsmöglichkeiten: Versicherungsverträge werden in der Regel längerfristig abgeschlossen. Eine Erweiterung der Analyse um die Frage der optimalen Vertragsdauer würde deshalb Sinn machen. Außerdem steht eine mögliche Korrelation von Risiken, wo die Wahrscheinlichkeit des Schadenseintritts morgen höher ist, wenn das Individuum heute bereits einen Schaden erleidet, außen vor. Wenn das Individuum sich dadurch veranlasst fühlt, ein höheres Vermögen aufzubauen, vor allem im liquiditätsbeschränkten Fall, dann wäre das eine Begründung für einen geringeren Versicherungsschutz. Aber auch das Gegenteil könnte der Fall sein.

Des Weiteren erfordert eine umfassendere Analyse der in dieser Arbeit behandelten Moral-Hazard-Modelle ihre Untersuchung im längerfristigen Kontext. Jüngere Menschen können einen Schock länger über ihr restliches Leben diversifizieren. Das könnte zur Folge haben, dass der Anreiz, sich um Schadensbegrenzung zu bemühen, geringer ist. Wird die Versicherung dann weniger Schutz anbieten, um einen zusätzlichen Anreiz zum Erbringen von Aufwand zu geben? Mehr Versicherung könnte hingegen daraus resultieren, wenn Jüngere selbst einen Anreiz hätten, sich mehr anzustrengen. Das könnte z.B. der Fall sein, weil sie in ihrem bisherigen Leben noch keinen großen Pufferbestand an Ersparnissen bilden konnten. Wenn Sparen zusätzlich einen negativen Einfluss auf die Bemühungen zur Schadensverhinderung hätte, dann ginge das mit einer altersabhängigen Besteuerung einher. Da in der Regel ältere Menschen einen höheren Pufferbestand an Ersparnissen haben, dürfte eine mit dem Alter steigende Besteuerung Sinn machen.

Literaturverzeichnis

Ábrahám, Á. und N. Pavoni (2008). "Optimal Income Taxation and Hidden Borrowing and Lending: The First-Order Approach in Two Periods," Diskussionspapier, University College London.

Alvi, E. (1997). "First-Order Approach to Principal-Agent Problems: A Generalization," *Geneva Papers on Risk and Insurance-Theory* 22, 59–65.

Angeletos, G.-M., D. Laibson, A. Repetto, J. Tobacman und S. Weinberg (2001). "The Hyperbolic Consumption Model: Calibration, Simulation, and Empirical Evaluation," *Journal of Economic Perspectives* 15, 47–68.

Arrow, K. (1962). "Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention," in R. Nelson (Hrsg.), *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social factors* 609–626 Princeton University Press: Princeton, NJ.

Asher, M. und W. Karunarathne (2001). "Social Security Arrangements in Singapore: An Assessment," Diskussionspapier, DP-9, Project on Intergenerational Equity, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Attanasio, O. (1995). "The intertemporal Allocation of Consumption: Theory and Evidence," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 42, 39–89.

Bernheim, B. D., J. Skinner und S. Weinberg (2001). "What Accounts for the Variation in Retirement Wealth among U.S. Households?," *American Economic Review* 91, 832–857.

Bovenberg, A., M. Hansen und P. Sørensen (2008). "Individual Savings Accounts for Social Insurance: Rationale and Alternative Designs," *International Tax and Public Finance* 15, 67–86.

Bovenberg, A. und P. Sørensen (2004). “Improving the Equity-Efficiency Trade-Off: Mandatory Savings Accounts for Social Insurance,” *International Tax and Public Finance* 11, 507–529.

Breyer, F. (1995). “Ökonomische Grundlagen der sozialen Pflegeversicherung,” *Diskussionsbeiträge der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Statistik der Universität Konstanz Nummer 227* .

Breyer, F., P. Zweifel und M. Kifmann (2004). *Gesundheitsökonomie*. Springer-Verlag: Berlin.

Briys, E. (1986). “Insurance and Consumption: The Continuous-Time Case,” *Journal of Risk and Insurance* 53, 718–723.

Brown, A., J. Orszag und D. Snower (2008). “Unemployment Accounts and Employment Incentives,” *European Journal of Political Economy* 24, 587–604.

Brown, J., N. Coe und A. Finkelstein (2007). “Medicaid Crowd-Out of Private Long-Term Care Insurance Demand: Evidence from the Health and Retirement Survey,” *Tax Policy and the Economy* 21, 1–34.

Brown, J. R. und A. Finkelstein (2007). “Why is the Market for Long-term Care Insurance so Small?,” *Journal of Public Economics* 91, 1967–1991.

Brown, J. R. und A. Finkelstein (2008). “The Interaction of Public and Private Insurance: Medicaid and the Long-Term Care Insruance Market,” *American Economic Review* 98, 1083–1102.

Brown, J. R. und A. Finkelstein (2009). “The Private Market for Long-term Care Insurance in the United States: a Review of the Evidence,” *Journal of Risk and Insurance* 76, 5–29.

Carbone, E. und J. Hey (2001). “A Test of the Principle of Optimality,” *Theory and Decision* 50, 263–281.

Cardon, J. und M. Showalter (2003). “Flexible Spending Accounts as Insurance,” *Journal of Risk and Insurance* 70, 43–51.

Cardon, J. und M. Showalter (2007). “Insurance Choice and Tax-Preferred Health Savings Accounts,” *Journal of Health Economics* 26, 373–399.

Carroll, C. (1997). “Buffer-Stock Saving and the Life Cycle/Permanent Income Hypothesis,” *Quarterly Journal of Economics* 112, 1–55.

Carroll, C. (2001). “A Theory of the Consumption Function, With and Without Liquidity Constraints,” *Journal of Economic Perspectives* 15, 23–45.

Carroll, C. (2004). “Theoretical Foundation of Buffer Stock Saving,” *NBER Working Paper Number 10867* .

Carroll, C. (2006). “The Method of Endogenous Gridpoints for Solving Dynamic Stochastic Optimization Problems,” *Economics Letters* 91, 312–320.

Carroll, C. (2009). “Lecture Notes On Solution Methods for Microeconomic Dynamic Stochastic Optimization Problems,” Diskussionspapier, mimeo, Johns Hopkins University.

Carroll, C. und M. Kimball (2008). “Precautionary Saving and Precautionary Wealth,” in S. Durlauf und L.E. Blume (Hrsg.), *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Macmillian: New York.

Carroll, C. und A. Samwick (1997). “The Nature of Precautionary Wealth,” *Journal of Monetary Economics* 40, 41–71.

Carroll, C. und A. Samwick (1998). “How Important Is Precautionary Saving?,” *Review of Economics and Statistics* 80, 410–419.

Chiang, A. und K. Wainwright (2005). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. McGraw-Hill, 4 Aufl.

Cutler, D. und R. Zeckhauser (2000). “The Anatomy of Health Insurance,” in A. Culyer und J. Newhouse (Hrsg.), *Handbook of Health Insurance*, Band 1, 563–643 Elsevier.

Cutler, D. M. (1993). “Why Doesn’t the Market Fully Insure Long-Term Care?,” *NBER Working Paper Number 4301* .

Davidoff, T. (2010). “Home Equity Commitment and Long-Term Care Insurance Demand,” *Journal of Public Economics* 94, 44–49.

Deaton, A. (1991). “Saving and Liquidity Constraints,” *Econometrica* 59, 1221–1248.

Deaton, A. (1992a). “Household Saving in LDCs: Credit Markets, Insurance and Welfare,” *The Scandinavian Journal of Economics* 94, 253–273.

Deaton, A. (1992b). *Understanding Consumption.* Oxford University Press, USA.

Diamond, P. und B. Köszegi (2003). “Quasi-Hyperbolic Discounting and Retirement,” *Journal of Public Economics* 87, 1839–1872.

Diamond, P. A. und J. A. Hausman (1984). “Individual Retirement and Savings Behavior,” *Journal of Public Economics* 23, 81–114.

Diamond, P. A. und J. A. Mirrlees (1978). “A Model of Social Insurance with Variable Retirement,” *Journal of Public Economics* 10, 295–336.

Dionne, G. (1984). “Search and Insurance,” *International Economic Review* 25, 357–367.

Dionne, G. und L. Eeckhoudt (1984). “Insurance and Saving: Some Further Results,” *Insurance: Mathematics and Economics* 3, 101–10.

Eeckhoudt, L., J. Meyer und M. Ormiston (1997). “The Interaction between the Demands for Insurance and Insurable Assets,” *Journal of Risk and Uncertainty* 14, 25–39.

Eeckhoudt, L. und H. Schlesinger (2008). “Changes in Risk and the Demand for Saving,” *Journal of Monetary Economics* 55, 1329–1336.

Ehrlich, I. und G. Becker (1972). “Market Insurance, Self-Insurance, and Self-Protection,” *Journal of Political Economy* 80, 623–648.

Feldman, R. und B. Dowd (1991). “A New Estimate of the Welfare Loss of Excess Health Insurance,” *The American Economic Review* 81, 297–301.

Feldstein, M. (1973). “The welfare loss of excess health insurance,” *Journal of Political Economy* 81, 251–280.

Feldstein, M. und D. Altman (1998). “Unemployment Insurance Savings Accounts,” *NBER Working Paper* 6860.

Feldstein, M. und D. Altman (2007). “Unemployment Insurance Savings Accounts,” *Tax Policy and the Economy* 21, 35–63.

Fetzer, S., S. Moog und B. Raffelhüschen (2002). “Zur Nachhaltigkeit der Generationenverträge: Eine Diagnose der Kranken-und Pflegeversicherung,” *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft* 3, 279–302.

Finkelstein, A. und K. McGarry (2006). “Multiple Dimensions of Private Information: Evidence from the Long-Term Care Insurance Market,” *American Economic Review* 96, 938–958.

Fölster, S. (1999). “Social Insurance Based on Personal Savings Accounts: A Possible Reform Strategy for Overburdened Welfare States?,” in *The Welfare State in Europe* 93–115 Edward Elgar Publishing.

Frederick, S., G. Loewenstein und T. O’Donoghue (2002). “Time Discounting and Time Preference: A Critical Review,” *Journal of Economic Literature* XL, 351–401.

Fredriksson, P. und B. Holmlund (2006). “Improving Incentives in Unemployment Insurance: A Review of Recent Research,” *Journal of Economic Surveys* 20, 357–386.

Gollier, C. (2001). *The Economics of Risk and Time*. MIT Press.

Gollier, C. (2003). “To Insure or Not to Insure?: An Insurance Puzzle,” *Geneva Papers on Risk and Insurance-Theory* 28, 5–24.

Gollier, C. und H. Schlesinger (1995). “Second-Best Insurance Contract Design in an Incomplete Market,” *Scandinavian Journal of Economics* 123–135.

Gregg, P. (2001). “The Impact of Youth Unemployment on Adult Unemployment in the NCDS,” *The Economic Journal* 111, 626–653.

Hairault, J., F. Langot, S. Ménard und T. Sopraseuth (2009). “Optimal Unemployment Insurance for Older Workers,” *IZA Discussion Paper No. 4071* .

Harrington, C., M. Geraedts und G. Heller (2002). “Germany’s Long Term Care Insurance Model: Lessons for the United States,” *Journal of Public Health Policy* 23, 44–65.

Hey, J. und G. Lotito (2009). “Naive, Resolute or Sophisticated? A Study of Dynamic Decision Making,” *Journal of Risk and Uncertainty* 38, 1–25.

Hey, J. und L. Panaccione (2009). “Myopic, Naive, Resolute or Sophisticated?,” Unveröffentlichtes Manuskript.

Hopenhayn, H. A. und J. P. Nicolini (1997). “Optimal Unemployment Insurance,” *Journal of Political Economy* 105, 412–38.

İmrohoroğlu, A., S. İmrohoroğlu und D. Joines (2003). “Time-Inconsistent Preferences and Social Security,” *Quarterly Journal of Economics* 118, 745–784.

Jewitt, I. (1988). “Justifying the First-order Approach to Principal-agent Problems,” *Econometrica* 56, 1177–1190.

Karni, E. (1999). “Optimal Unemployment Insurance: A Survey,” *The Southern Economic Journal* 66, 442–446.

Kifmann, M., K. Roeder und C. Schnekenburger (2010). “Hyperbolic Discounting and the Demand for Long-Term Care Insurance,” Unveröffentlichtes Manuskript (Stand April 2010).

Kimball, M. (1990). “Precautionary Saving in the Small and in the Large,” *Econometrica* 58, 53–73.

Kocherlakota, N. (2004). “Figuring Out the Impact of Hidden Savings on Optimal Unemployment Insurance,” *Review of Economic Dynamics* 7, 541–554.

Koehne, S. (2009). “The First-Order Approach to Moral Hazard Problems with Hidden Saving,” Unveröffentlichtes Manuskript.

Laibson, D. (1997). “Golden Eggs and Hyperbolic Discounting,” *Quarterly Journal of Economics* 62, 443–477.

Laibson, D. (1998). “Life-Cycle Consumption and Hyperbolic Discount Functions,” *European Economic Review* 42, 861–871.

Leland, H. (1968). “Saving and Uncertainty: The Precautionary Demand for Saving,” *Quarterly Journal of Economics* 82, 465–473.

Loubergé, H. (2000). “Developments in Risk and Insurance Economics: The Past 25 Years,” in G. Dionne (Hrsg.), *Handbook of Insurance* Kluwer Academic Publishers: Botson.

Machina, M. (1989). “Dynamic Consistency and Non-expected Utility Models of Choice under Uncertainty,” *Journal of Economic Literature* 27, 1622–1668.

Mayers, D. und C. Smith (1983). “The Interdependence of Individual Portfolio Decisions and the Demand for Insurance,” *Journal of Political Economy* 91, 304–311.

Merton, R. (1969). “Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case,” *Review of Economics and Statistics* 51, 247–257.

Meyer, J. und M. Ormiston (1995). “Demand for Insurance in a Portfolio Setting,” *Geneva Papers on Risk and Insurance-Theory* 20, 203–211.

Mirrlees, J. (1999). “The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour: Part I,” *Review of Economic Studies* 66, 3–21.

Moffet, D. (1975). “Risk Bearing and Consumption Theory,” *Astin Bulletin* 8, 342–358.

Moffet, D. (1977). “Optimal Deductible and Consumption Theory,” *Journal of Risk and Insurance* 44, 669–683.

Mossin, J. (1968a). “Aspects of Rational Insurance Purchasing,” *Journal of Political Economy* 91, 304–311.

Mossin, J. (1968b). “Optimal Multiperiod Portfolio Policies,” *Journal of Business* 41, 215–229.

Norton, E. C. (2000). “Long-Term Care,” in A. J. Culyer und J. P. Newhouse (Hrsg.), *Handbook of Health Economics*, Band 1B, 955–994 Elsevier.

Nyman, J. (1999). “The Economics of Moral Hazard Revisited,” *Journal of Health Economics* 18, 811–824.

O'Donoghue, T. und M. Rabin (1999). "Doing it Now or Later," *The American Economic Review* 89, 103–124.

Orszag, J., P. Orszag, D. Snower und J. Stiglitz (1999). *The Impact of Individual Accounts: Piecemeal vs. Comprehensive Approaches.* Paper presented at the Bank Conference on Development Economics, World Bank, Washington D.C.

Orszag, J. und D. Snower (2002). *From Unemployment Benefits to Unemployment Accounts.* IZA-Diskussion Paper No. 532.

Pauly, M. (1968). "The Economics of Moral Hazard: Comment," *The American Economic Review* 531–537.

Pauly, M. V. (1990). "The Rational Nonpurchase of Long-Term Care Insurance," *Journal of Political Economy* 98, 153–168.

Pratt, J. (1964). "Risk Aversion in the Small and in the Large," *Econometrica* 32, 122–136.

Rogerson, W. (1985). "The First-Order Approach to Principal-Agent Problems," *Econometrica* 53, 1357–1367.

Samuelson, P. (1969). "Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming," *Review of Economics and Statistics* 51, 239–246.

Samuelson, P. (1989). "A Case at Last for Age-Phased Reduction in Equity," *PNAS* 86, 9048–9051.

Sandmo, A. (1968). "Portfolio Choice in a Theory of Saving," *Swedish Journal of Economics* 70, 106–122.

Sandmo, A. (1969). "Capital Risk, Consumption and Portfolio Choice," *Econometrica* 37, 586–599.

Schmähl, W. (1999). "Pflegeversicherung in Deutschland: Finanzbedarf und Finanzverflechtung. Empirische Befunde und offene Fragen," *Allgemeines Statistisches Archiv* 83, 5–26.

Schreyögg, J. (2002). “Finanzierung des Gesundheitssystems durch Medical Savings Accounts,” *List Forum für Wirtschafts- und Finanzpolitik* 28, 157–73.

Schreyögg, J. (2004). “Demographic Development and Moral Hazard: Health Insurance with Medical Savings Accounts,” *Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice* 29, 689–704.

Shavell, S. (1979). “On Moral Hazard and Insurance,” *Quarterly Journal of Economics* 541–562.

Sloan, F. A. und E. C. Norton (1997). “Adverse Selection, Bequests, Crowding Out, and Private Demand for Insurance: Evidence from the Long-Term Care Insurance Market,” *Journal of Risk and Uncertainty* 15, 201–219.

Smith, V. (1968). “Optimal Insurance Coverage,” *Journal of Political Economy* 76, 68.

Somerville, R. (2004). “Insurance, Consumption, and Saving: A Dynamic Analysis in Continuous Time,” *The American Economic Review* 94, 1130–1140.

Sørensen, P. (2003). “Social Insurance Based on Individual Savings Accounts,” in S. Cnossen und H.-W. Sinn (Hrsg.), *Public Finances and Public Policy in the New Century* MIT Press.

Spence, M. und R. Zeckhauser (1971). “Insurance, Information, and Individual Action,” *The American Economic Review* 61, 380–387.

Stiglitz, J. und J. Yun (2005). “Integration of Unemployment Insurance with Retirement Insurance,” *Journal of Public Economics* 89, 2037–2067.

Strotz, R. H. (1956). “Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization,” *Review of Economic Studies* 23, 165–180.

Toche, P. (2005). “A Tractable Model of Precautionary Saving in Continuous Time,” *Economics Letters* 87, 267–272.

Verband der privaten Krankenversicherung e.V. (2009). *Zahlenbericht der privaten Krankenversicherung 2008/2009.* Berlin.

Vodopivec, M. (2005). *Income Support for the Unemployed: Issues and Options.* World Bank: Washington, D.C.

Vodopivec, M. (2006). “Choosing a System of Unemployment Income Support: Guidelines for Developing and Transition Countries,” *World Bank Research Observer* 21, 49–89.

Winter, R. (2000). “Optimal Insurance under Moral Hazard,” in G. Dionne (Hrsg.), *Handbook of Insurance* Kluwer Academic Publishers: Boston.

Zeldes, S. (1989). “Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence,” *Quarterly Journal of Economics* 104, 275–298.

Zweifel, P., F. Breyer und M. Kifmann (2009). *Health Economics.* Springer-Verlag: Berlin.

Zweifel, P. und W. Strüwe (1998). “Long-Term Care Insurance in a Two-Generation Model,” *Journal of Risk and Uncertainty* 65, 13–32.